

# ПАЛЦЕОБРАЗНАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ В СВЕРХПРОВОДНИКАХ

Низом Тайланов, Абдухолик Урозов, Дилдора Тошпулатова

Джизакский государственный педагогический институт, Джизак, Узбекистан

[taylanov\\_n@jspi.uz](mailto:taylanov_n@jspi.uz), [abduxoliq\\_u@jspi.uz](mailto:abduxoliq_u@jspi.uz), [dildora87@jspi.uz](mailto:dildora87@jspi.uz)

**Аннотация.** Проведено теоретическое исследование процесса развития терромагнитной неустойчивости типа скачка магнитного потока в сверхпроводнике II-рода, находящегося в плоском полубесконечном образце в рамках модели критического состояния Вина.

**Ключевые слова:** терромагнитная неустойчивость, критическое состояние, вязкое течение потока.

\*\*\*

**Annotatsiya.** Venning kritik holat modeli doirasida samalyot yarim cheksiz namunasida joylashgan II-tip supero'tkazgichda magnit oqimga sakrash turning termomagnitik beqarorligini rivojlanishini nazariy o'rganish masalalari bayon etiladi.

**Kalit so'zlar:** termomagnitik beqarorlik, kritik holat, yopishqoq oqim.

\*\*\*

**Abstract.** A theoretical study of the development of thermomagnetic instability of the type of a jump in magnetic flux in a type II superconductor located in a flat semi-infinite sample is carried out within the framework of Wien's critical state model.

**Key words:** thermomagnetic instability, critical state, viscous flow.

Хорошо известно, что терромагнитная неустойчивость типа скачка магнитного потока в сверхпроводниках обусловлена взаимодействием тепловых и электромагнитных малых возмущений. Такой скачок, как правило, приводит к переходу сверхпроводника в нормальное состояние [1]. Явление терромагнитной неустойчивости критического состояния или скачка магнитного потока было обнаружено как в низкотемпературных [1-6], так и высокотемпературных сверхпроводящих образцах [7, 8]. динамика устойчивости критического состояния по отношению к скачкам магнитного

потока в жестких и композитных сверхпроводниках была обсуждена в теоретических и экспериментальных работах [1-5]. Общая концепция устойчивости критического состояния в сверхпроводниках - II рода была развита в литературе [4, 5]. В работе [5] изучена динамика развития малых тепловых и электромагнитных возмущений и соответствующие условия устойчивости критического состояния в сверхпроводниках в режиме вязкого течения потока. Динамика устойчивости критического состояния в сверхпроводниках в режиме крипа потока с нелинейной вольтамперной характеристикой была рассмотрена в [10, 11]. В нашей предыдущей работе динамика малых тепловых и электромагнитных возмущений была изучена в рамках модели вязкого течения потока, где вольтамперная характеристика сверхпроводника линейна в достаточно больших значениях электрического поля [9]. Однако, малоисследованным остается вопрос о динамике развития малых термомагнитных возмущений в режиме крипа потока с нелинейной вольтамперной характеристикой сверхпроводника. Целью настоящей работы является теоретическое изучение динамики пространственного и временного распределения тепловых и электромагнитных возмущений в сверхпроводнике в режиме крипа потока. Как известно, для моделирования процесса эволюции возмущений температуры и электромагнитного поля в сверхпроводниках II-рода широко используется система дифференциальных уравнений макроскопической электродинамики [4, 5]. При этом распределение магнитной индукции и транспортного тока в сверхпроводнике определяются следующим уравнением

$$\operatorname{rot}\vec{B} = \mu_0 \vec{j} \quad (1)$$

Взаимосвязь между магнитной индукцией  $\vec{B}$  и электрическим полем  $\vec{E}$  устанавливается уравнениями Максвелла

$$\operatorname{rot} \vec{E} = \frac{d\vec{B}}{dt} \quad (2)$$

Соответственно, распределение температуры в образце определяется уравнением теплопроводности

$$v(T) \frac{dT}{dt} = \nabla[\kappa(T)\nabla T] + \vec{j}\vec{E} \quad (3)$$

где  $v$  и  $\kappa$  - коэффициенты теплоемкости и теплопроводности образца, соответственно. Зависимость  $j(E, T, B)$  определяется следующим уравнением критического состояния

$$j = j_c(T, B) + j(E)$$

Далее, получим решение системы уравнений (1)-(3) в предположении, что критическая плотность тока не зависит от индукции магнитного поля  $B$  и воспользуемся моделью Бина

$$j_c = j_c(B_e, T) = j_0 - a(T_c - T_0)$$

где  $B_e$  - значение внешней магнитной индукции;  $a = \frac{j_0}{T_c - T_0}$ ;  $j_0$  - равновесная плотность тока,  $T_0$  и  $T_c$  - начальная и критическая температура образца, соответственно [5]. Систему дифференциальных уравнений (1)-(3) следует дополнить вольтамперной характеристикой сверхпроводника  $j(E)$ . В режиме крипа потока вольтамперная характеристика сверхпроводников существенно является нелинейной, обусловленной тепло-активационным движением вихрей [12, 13]. Зависимость  $j(E)$  в режиме крипа потока описывается выражением [12]

$$j = j_c \left[ \frac{E}{E_0} \right]^{1/n} \quad (4)$$

где  $E_0$  - значение напряженности электрического поля при  $j = j_c$  [5]; постоянный параметр  $n$  зависит от механизмов пиннинга [12]. В случае, когда  $n=1$  соотношение (4) описывает вязкое течение потока [14]. При достаточно больших значениях  $n$ , последнее равенство определяет критическое состояние Бина  $j \propto j_c$  [1]. Когда  $1 < n < \infty$ , соотношение (4) описывает нелинейный крип потока [15]. В этом случае дифференциальная проводимость определяется равенством

$$\sigma = \frac{dj}{dE} = \frac{j_c}{nE_B} \quad (5)$$

Согласно равенству (5) дифференциальная проводимость нарастает с увеличением фонового электрического поля  $E_B$  и существенно зависит от значения скорости изменения магнитной индукции согласно равенству  $E_B \propto \dot{B}_E x$ . Следовательно, критерий устойчивости также зависит от значения дифференциального сопротивления  $\sigma$ . Для типичных значений  $j_c = 10^3$  А/см<sup>2</sup>,  $E_B = 10^{-7}$  В/см мы имеем  $\sigma = 10^{10}$  1/Ωсм. Откуда следует, что [6, 7] дифференциальная проводимость имеет определяющую роль при определении устойчивости критического состояния и динамику развития малых тепловых и электромагнитных возмущений в сверхпроводнике. Сформулируем основные уравнения, описывающие динамику развития тепловых и электромагнитных возмущений для простого случая - сверхпроводящего плоского полубесконечного образца  $x > 0$ . Предполагаем, что внешнее магнитное поле  $B = (0, 0, B_e)$  направлено по оси  $z$  и скорость магнитного поля является

постоянной  $V_e = \text{const}$ . Согласно уравнению Максвелла (2), в образце имеется вихревое электрическое поле  $E = (0, E_e, 0)$ . Здесь  $E_e$  амплитуда фонового электрического поля. Из концепции критического состояния непосредственно следует параллельность плотности тока и электрического поля  $\vec{j} \parallel \vec{E}$ .

Для такой геометрии пространственное и временное распределения малых тепловых  $T(x, t)$  и электромагнитных возмущений  $E(x, t)$  описываются следующими уравнениями

$$v \frac{d\Theta}{dt} = \kappa \frac{d^2\Theta}{dx^2} + j_c \varepsilon \quad (6)$$

$$\frac{d^2\varepsilon}{dx^2} = \mu_0 \left[ \frac{j_c}{nE} \frac{d\varepsilon}{dt} - \frac{dj_c}{dT} \frac{d\Theta}{dt} \right] \quad (7)$$

Поставим соответствующие тепловые и электродинамические граничные условия к систему уравнений (6), (7)

$$\begin{aligned} \frac{dT(0,t)}{dx} &= 0, & T(L, t) &= T_0, \\ \frac{dT(0,t)}{dx} &= 0, & E(L, t) &= 0. \end{aligned}$$

Здесь  $L$  характерная глубина проникновения магнитного потока в образец. Она легко находится из уравнения Максвелла (2) с учетом граничных условий

$$H(0) = H_c, H(L) = 0 \quad \text{и имеет вид} \quad L = \frac{c H_c}{4 \pi j_0}. \quad \text{Заметим, что система}$$

дифференциальных уравнений (6), (7), дополненной граничными условиями (8), (9) достаточно полно описывает динамику эволюции тепловых и электромагнитных возмущений в сверхпроводнике в режиме крипа потока. Подробное обсуждение условий применимости системы уравнений (6), (7) для описания динамики развития термомагнитных возмущений достаточно хорошо изложено в литературе [4, 5]. Представим ее решение в виде

$$\Theta(x, t) = T_0 + (T_c - T_0)\Theta(z)e^{\left[\frac{\chi}{t_0} + iqz\right]}, \quad (8)$$

$$\varepsilon(x, t) = E_b + E_b\varepsilon(z)e^{\left[\frac{\chi}{t_0} + iqz\right]}, \quad (9)$$

где  $T_0=T_0(x)$  и  $E_b=E_b(x)$ - решения исходной системы, полученные в квазистационарном приближении, описывающие распределения фоновой температуры и фонового электрического поля в образце;  $\gamma$  - подлежащее определению собственное число задачи,  $\gamma$  - волновое число. Из последнего соотношения (10) видно, что характерное время развития тепловых и электромагнитных возмущений порядка  $t = \frac{t_0}{\gamma}$ . Здесь

$$t_0 = \frac{\sigma v (T_c - T_0)}{j_c^2}, \quad z = \frac{x}{l}, \quad l = \frac{v (T_c - T_0)}{\mu_0 j_c^2}, \quad d = \frac{v a}{\mu j_c}, \quad q = \frac{\pi d}{2 L}, \quad ,$$

Линеаризуя систему (6)-(9) по малым  $\Theta$  и  $\varepsilon$  возмущениям, получаем в квазистационарном приближении следующую систему уравнений

$$\begin{aligned} \tau q^2 \Theta + \gamma \Theta + \frac{1}{n} \Theta - 2 \left( \frac{1}{n} \right)^2 \varepsilon &= 0, \\ q^2 \varepsilon + \gamma [\varepsilon - n \Theta] &= 0. \end{aligned} \quad (11)$$

Совместное решение последней системы уравнений (11) позволяет определить искомую собственную числу задачи

$$\gamma^2 \left[ (\tau - 1)q^2 - \frac{1}{n} \right] \gamma + \left[ \tau q^2 + \frac{1}{n} \right] q^2 = 0. \quad (12)$$

где  $\tau$  отношение между коэффициентами тепловой и магнитной диффузии, соответственно [4]. Критерий неустойчивости фронта потока определяется с положительными значениями  $\text{Re} \gamma \geq 1$ . Решая последнее алгебраическое уравнение (12), нетрудно показать, что при значениях меньших чем критического волнового числа

$$q_c = \frac{1}{\sqrt{\tau}}. \quad (13)$$

система всегда неустойчива при  $n=1$ . Такая неустойчивость впервые возникает при  $q=0$ . В данной ситуации малые возмущения нарастает с максимально возможной скоростью  $\text{Re} \gamma = 1$ . Зависимость скорости нарастания от значения волнового числа при различных значениях  $\tau$  представлена на Рис. 1 при  $n=1$ . Как видно, при достаточно больших значениях  $\tau$  система устойчива. Как  $\tau$  уменьшается, величина  $\lambda$  нарастает. Пальцеобразная неустойчивость возникает плавно при относительно малых значениях параметра  $\tau = 0.05$ .

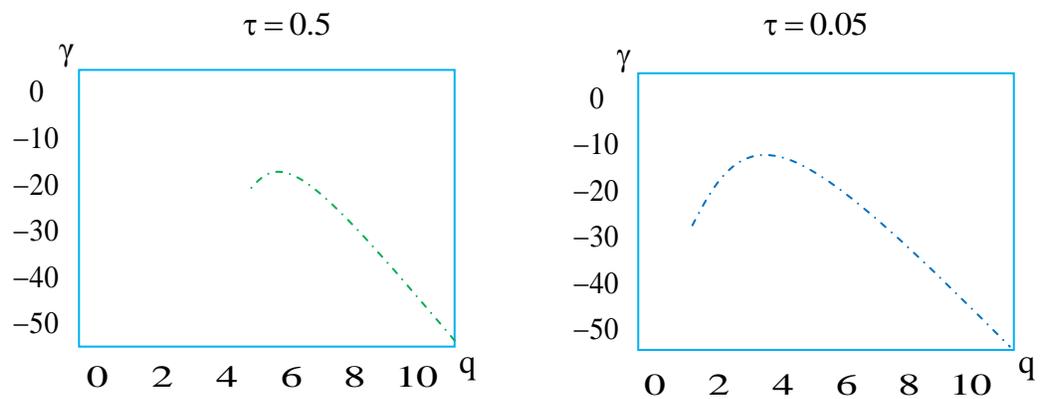


Рис. 1. Рис. 1-3. Зависимость инкремента нарастания от волнового числа при различных значениях параметра  $\tau$ .

Согласно (13), неустойчивость возникает при значениях порогового электрического поля  $E = E_C$

$$E = E_C = \frac{\pi^2}{4} \frac{\kappa(T_C - T_0)}{j_C L^2}.$$

С учетом выражение для длины когерентности  $L$ , пороговое поле  $E \propto B_{th}$ , можно представить в следующем виде

$$B_{th} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{\kappa(T_C - T_0) j_C}{E_b}}.$$

Легко увидеть, что пороговое значение  $B_{th}$  неустойчивости, в основном зависит от вида фонового электрического поля, инициированного изменением внешней магнитной индукции  $E_b \approx \dot{B}_e$ . Пороговое поле  $B_{th}$  монотонно уменьшается с ростом скорости индукции внешнего магнитного поля в образце. Рассмотрим адиабатический случай, когда развитие тепловой диффузии меньше чем магнитной диффузии  $\tau \ll 1$ . В этом случае, условию устойчивости определяется как  $q = q_C = 1$  для  $n=1$ , и пороговое значение магнитной индукции может быть представлено как

$$B_{th} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{\nu(T_C - T_0)}{\mu}}.$$

### Заключение

Таким образом, на основе линейного анализа системы дифференциальных уравнений для распределения температуры и электромагнитного поля было

показано, что при определенных условиях возможно возникновение пальцеобразной (дендритик) неустойчивости в сверхпроводнике.

### Литература

1. C. P. Bean, Phys. Rev. Lett. 8, 250 (1962); Rev. Mod. Phys., 36, 31 (1964).
2. P. S. Swartz and S.P. Bean, J. Appl. Phys., 39, 4991 (1968).
3. S. L. Wipf, Cryogenics, 31, 936 (1961).
4. R. G. Mints and A.L. Rakhmanov, Rev. Mod. Phys., 53, 551 (1981).
5. R. G. Mints and A.L. Rakhmanov, Instabilities in superconductors, Moscow, Nauka, 362 (1984).
6. R. G. Mints, Phys. Rev., B 53, 12311 (1996).
7. R. G. Mints and E.H. Brandt, Phys. Rev., B 54, 12421 (1996).
8. Н.А. Тайланов. Узбекский Физический Журнал, Том 18, №4, 2016.
9. N.A. Taylanov. J. Mod. Phys. Appl. 2 (2013), No. 1, 51-58, ISSN 2051-5480.