



**Volume 3, Issue 3, 2021**

# **Journal of Physics and Technology Education**



<https://phys-tech.jspi.uz/>

**Chief Editor:**

**Sharipov Shavkat Safarovich**

Doctor of pedagogy, Professor, Rector of  
Djizakh State Pedagogical Institute, Uzbekistan

**Deputy Chief Editor:**

**Bekmirzaev Rakhmatulla Nurmurodovich**

Professor of Jizzakh State Pedagogical Institute,  
Uzbekistan

**Orishev Jamshid Bahodirovich**

Teacher of Jizzakh State Pedagogical Institute,  
Uzbekistan

**Members of the editorial board:**

**Sodikov Khamid Makhmudovich, PhD**

**Ismailov Tuychi Djabbarovich, senior teacher**

**Muminov Ismail, dotsent**

**Kholmatov Pardaboy Karabaevich, dotsent**

**Umarov Rakhim Tojievich, dotsent**

**Murtazaev Melibek Zakirovich, dotsent**

**Abduraimov Sherali Saidkarimovich, PhD**

**Taylanov Nizom, senior teacher**

**Tagaev Khojamberdi, senior teacher**

**Editorial Representative:**

**Jamshid Orishev**

Phone: +998974840479

e-mail: [orishev-forish@inbox.uz](mailto:orishev-forish@inbox.uz)

[jamshidorishev@gmail.com](mailto:jamshidorishev@gmail.com)

**ONLINE ELECTRONIK  
JOURNAL**

“Fizika va texnologik ta’lim” jurnali

Jurnal “Физико-технологического  
образование”

“Journal of Physics and Technology  
Education”

**Indexed By:**



**Published By:**

<https://phys-tech.jspi.uz/>

Jizzakh State Pedagogical  
Institute, Uzbekistan



UDK: 537.312.8

## ОБ ЭВОЛЮЦИИ МАГНИТНОГО ПОТОКА В СВЕРХПРОВОДНИКАХ

*Тайланов Низом Абдураззакович<sup>1</sup>, Тошпулатова Дилдора<sup>1</sup>,  
Нариманов Баходир Абдусаломович<sup>2</sup>, Эшитухтарова Орзигул<sup>1</sup>*

*<sup>1</sup>Джизакский государственный педагогический институт, Джизак,  
Узбекистан*

*<sup>2</sup>Джизакский политехнический институт, Джизак, Узбекистан  
e-mail: [taylanov@yandex.ru](mailto:taylanov@yandex.ru)*

**Аннотация.** В данной работе рассматриваются основные физические особенности проникновения магнитного поля в высокотемпературный сверхпроводник второго рода в зависимости от скорости возрастания индукции внешнего магнитного поля. Оказывается, что характер проникновения магнитного потока определяется следующими факторами: скоростью нарастания внешнего магнитного поля  $\|\mathbf{B}/\|t$ , нелинейной зависимостью дифференциального сопротивления среды от индукции магнитного поля  $\gamma_f(\mathbf{B})$  и зависимостью плотности критического тока от магнитного поля и температуры  $j_c = j_c(\mathbf{B}, T)$ .

**Ключевые слова:** сверхпроводники, малые возмущения, скачки потока, вихревые колебания, критическое состояние.

\*\*\*

### *On the evolution of the magnetic fluxon in superconductors*

**ABSTRACT.** In this paper, the dynamics of magnetic flux penetration in a viscous flow regime is studied by analytically solving the nonlinear diffusion equation for the magnetic field induction. It was assumed that the applied external field is parallel to the sample surface. An exact solution of the nonlinear diffusion equation for the magnetic induction  $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$  has been obtained using a well-known scaling method.

**Key words:** superconductors, magnetic field, small perturbations, critical state.

### **ВВЕДЕНИЕ**

Изучение динамики эволюции магнитного потока в глубь сверхпроводника является важной задачей технической сверхпроводимости. Математически, задача исследования может быть сформулирована на основе системы нелинейных эволюционных уравнений для электромагнитного поля с учетом соотношения между полем и током в сверхпроводнике [1]. Закономерности проникновения магнитного поля в режиме вязкого течения потока изучены в [2, 3]. Динамика проникновения магнитного потока

исследована в [3] в предположении, что дифференциальное сопротивление не зависит от магнитного поля. Подробный анализ этих процессов в режиме крипа потока в случае с нарастающим с постоянной скоростью магнитным полем для сверхпроводников второго рода с различными типами вольтамперных характеристик проведен в [4].

### 1. МОДЕЛЬ ВЯЗКОГО ТЕЧЕНИЯ МАГНИТНОГО ПОТОКА

В настоящей работе динамика проникновения магнитного потока в режиме вязкого течения потока изучается путем аналитического решения уравнения нелинейной диффузии для индукции магнитного поля, предполагая, что приложенное внешнее поле параллельно поверхности образца и используя закон зависимости дифференциального сопротивления от индукции магнитного поля. Точное решение уравнения нелинейной диффузии для магнитной индукции  $B(r,t)$  получено с помощью хорошо известного масштабного метода [5]. Данная проблема исследуется в рамках макроскопического подхода, в котором все масштабы длин превышают расстояние между линиями потока; таким образом, сверхпроводник рассматривается как однородная среда. Показано, что скорость распространения и глубина проникновения потока зависят от амплитуды магнитного поля на поверхности сверхпроводника, плотности критического тока и удельного сопротивления образца. Здесь мы обобщаем результаты для режима вязкого течения вихрей [4] на случай нелинейной зависимости сопротивления  $r_f(B)$  и зависимости плотности критического тока  $j_c$  от индукции магнитного поля  $B$ . При постоянном критическом токе пиннинг уменьшает глубину и скорости проникновения магнитного потока [4], при непостоянном – приводит к возникновению фрактальных - дендритных магнитных структур. Оказывается, что характер проникновения магнитного потока определяется следующими факторами: скоростью нарастания внешнего магнитного поля  $\partial B / \partial t$ , нелинейной зависимостью дифференциального сопротивления среды от индукции магнитного поля  $r_f(B)$  и зависимостью плотности критического тока от магнитного поля и температуры  $j_c = j_c(B, T)$ . Принципиально новым является учет зависимости критического тока от величины индукции поля, которое изменяет характер проникновения магнитного потока в сверхпроводник. Используя математический формализм, развитый в [3], мы исследуем влияние дифференциального сопротивления  $r_f(B)$ , от которого зависит индукции

магнитного поля, на процесс проникновения потока вихрей в режиме вязкого течения.

Рассмотрим режим вязкого течения вихрей, который можно представить следующим образом: если через сверхпроводник пропустить транспортный ток, то взаимодействие вихрей с током приводит к возникновению силы Лоренца, действующей на вихревую нить

$$\vec{F}_L = \frac{1}{c} \vec{j} \times \vec{F}_0 \Phi_0, \quad (1)$$

где  $c$  – скорость света,  $F_0$  – квант магнитного потока. Под влиянием силы Лоренца магнитный поток приходит в движение, что вызывает диссипацию энергии, в результате чего сверхпроводник переходит в резистивное состояние, или фазу Шубникова. Если имеет место сильная связь между магнитным потоком (по существу, вихревой решеткой Абрикосова) и решеткой металла, то движение вихревой решетки происходит, когда  $\vec{F}_L \parallel \vec{F}_p$ , где  $F_p$  – сила пиннинга. Таким образом, в сверхпроводнике устанавливается режим вязкого течения вихрей. Из определения силы пиннинга следует, что

$$j = j_c + \eta \frac{v}{\Phi_0}, \quad (2)$$

где  $\eta$  – вязкость,  $v$  – макроскопическая скорость движения вихрей. Важно то, что имеет место функциональная связь между скоростью движения вихрей  $v$  и изменением электрического поля  $E$ , которое возникает при движении магнитного потока. Действительно, рассмотрим уравнение непрерывности для потока вихревых нитей

$$\frac{dn}{dt} = \text{div}(n\psi), \quad (3)$$

(где  $n$  – плотность вихрей в условиях равновесия  $B = n\Phi_0$ ) и уравнение Максвелла

$$\frac{1}{c} \frac{dB}{dt} + \frac{dE}{dx} = 0. \quad (4)$$

Тогда из (2) и (3) вытекает функциональная связь

$$v = \frac{1}{c} \frac{E}{B}, \quad (5)$$

которая играет важную роль при выводе уравнения эволюции магнитного поля. Уравнение состояния сверхпроводника имеет вид [6]

$$j = j_c + \sigma_f E, \quad (6)$$

где  $\sigma_f = \frac{1}{r_f}$  – проводимость образца. Из (4) следует, что вольтамперную характеристику в режиме вязкого течения вихрей можно записать в виде

$$E = \rho_f(B)(j - j_c). \quad (7)$$

Здесь  $j_c = j_c(B, T)$ . Ниже мы получим уравнение, которое описывает распределение индукции магнитного поля для модели Бина, когда имеет место нелинейная зависимость критического тока от магнитного поля. Предположим, что температура сверхпроводника совпадает с температурой охладителя, т.е. пренебрегаем неизотермичностью процесса, исходя из того факта, что значение коэффициента диффузии обеспечивает быстрое выравнивание градиента температуры. При изотермических условиях температуру можно рассматривать как параметр и, следовательно, взаимосвязь между магнитной индукцией  $B(x, t)$ , электрическим полем  $E(x, t)$  и транспортным током  $j(x, t)$  определяется уравнениями Максвелла.

## 2. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Бин [6] предложил модель критического состояния, которая успешно используется для описания магнитных свойств сверхпроводников II типа. Согласно этой модели, распределение плотности магнитного потока  $B$  и плотности транспортного тока  $j$  внутри сверхпроводника определяется решением уравнения

$$\text{rot} \vec{B} = \mu_0 \vec{j} \quad (8)$$

Когда проникающий магнитный поток изменяется со временем, электрическое поле  $E(r, t)$  генерируется внутри образца в соответствии с законом Фарадея

$$\text{rot} \vec{E} = \frac{d\vec{B}}{dt} \quad (9)$$

В режиме вязкого течения потока электрическое поле  $E(r, t)$ , индуцированное движущимися вихрями, связано с локальной плотностью тока  $j(r, t)$  по нелинейному закону Ома

$$\vec{E} = \rho_f \vec{j}. \quad (10)$$

Комбинируя соотношение (10) с уравнением Максвелла (2), мы получаем нелинейное уравнение диффузии для индукции магнитного потока  $B(r, t)$  в следующем виде

$$\frac{d\vec{B}}{dt} = \frac{1}{\mu_0} \nabla [\rho(B) \nabla \vec{B}]. \quad (11)$$

Формально, это дифференциальное уравнение представляет собой просто нелинейное уравнение диффузии с коэффициентом диффузии, зависящим от магнитной индукции  $B$ . Уравнение диффузии параболического типа (11) позволяет получить пространственно-временное распределение профиля магнитной индукции в образце сверхпроводника. Очевидно, что пространственно-временная структура решения уравнения диффузии (11) определяется характером зависимости коэффициента дифференциального удельного сопротивления  $\rho$  от индукции магнитного поля  $B$ . Обычно в реальной экспериментальной ситуации [7] дифференциальное сопротивление  $r(B)$  растет с увеличением индукции магнитного поля

$$\rho = \frac{\Phi_0}{\eta c^2} \bar{B} = \rho_n \frac{\bar{B}}{B_{c2}} \quad (12)$$

где  $\rho_n$  - дифференциальное сопротивление в нормальном состоянии;  $\eta$  - коэффициент вязкости,  $B_{c2}$  - верхнее критическое поле сверхпроводника [6]. В случае, когда дифференциальное удельное сопротивление  $\rho$  является линейной функцией индукции магнитного поля  $B$ , точное решение уравнения диффузии (11) может быть легко получено с использованием известных методов масштабирования [5]. Для комплексной зависимости  $\rho(B)$  можно использовать эмпирическую степенную зависимость  $r(B) \propto B^n$ , где  $n$  - положительный постоянный параметр. Далее, ограничимся исследованием одномерной краевой задачи в магнитном поле, которое ориентировано вдоль поверхности сверхпроводника. Рассмотрим для простоты ситуацию, когда скорость изменения магнитного поля на поверхности сверхпроводника задана в режиме с обострением. Такой режим моделирует импульсное воздействие магнитного поля или тока. При этом за конечное время амплитуда магнитного поля на границе становится намного больше значения первого критического поля.

Изучим эволюцию процесса магнитного проникновения в простой геометрии - сверхпроводящем полубесконечном образце  $x > 0$ . Когда магнитное поле с плотностью потока  $B_e(t)$  прикладывается в направлении оси  $z$ , транспортный ток  $j(r,t)$  и электрическое поле  $E(r,t)$  индуцируются внутри образца вдоль оси  $y$ . Для этой геометрии пространственная и временная эволюция индукции магнитного поля  $B(r,t)$  описывается следующим нелинейным уравнением диффузии в обобщенном безразмерном виде [3]

$$\frac{db}{dt} = \frac{d}{dx} \left( b^n \left[ \frac{db}{dx} \right]^q \right), \quad (13)$$

где мы ввели безразмерные параметры  $b = \frac{B}{B_c}$ ,  $x_p = \frac{\mu_0 j_0}{B_c} x$ ,  $t = \frac{t}{\tau_0}$ ,  $j = \frac{j}{j_0}$ ,  $B_c = \mu_0 j_0 v_0 \tau$ .

и переменные  $x_0 = \frac{B_c}{\rho_0 j_c}$  - глубина проникновения магнитного поля в модели

Бина;  $\tau = \rho_n \frac{j_c^2 \mu_0}{B_c^2}$  время диффузии;  $q$  - положительный постоянный параметр.

Уравнение диффузии (13) может быть интегрировано аналитически с учетом соответствующих начальных и граничных условий в центре образца и на его краях. Рассмотрим случай, когда приложенное к образцу магнитное поле увеличивается со временем по степенному закону с показателем  $\alpha > 0$ .

$$b(0, t) = b_0 t^\alpha. \quad (14)$$

Граничное условие (14) эквивалентно линейному увеличению магнитного поля со временем, что соответствует реальной экспериментальной ситуации. Легко видеть, что случай  $\alpha=0$  описывает постоянное приложенное магнитное поле на поверхности образца, в то время как случай  $\alpha=1$  соответствует линейно возрастающему приложенному полю, соответственно. Другое граничное условие следует из непрерывности потока на свободной границе  $x=x_p$

$$b(x_p, t) = 0, \quad (15)$$

где  $x_p$  – положение фронта магнитного поля. Условие сохранения потока для индукции магнитного поля можно сформулировать в следующем интегральном виде

$$\int b(x, 0) dx = 1. \quad (16)$$

Следует отметить, что нелинейное уравнение диффузии (13), дополненное граничными условиями для магнитной индукции, полностью определяет проблему пространственно-временного распределения проникновения магнитного потока в образце сверхпроводника в режиме течения потока со степенным законом зависимости дифференциального сопротивления от индукции магнитного поля. Решение этого уравнения даст полное описание временной и пространственной эволюции магнитного потока в образце.

В последующих анализах будем вывести уравнение для эволюции профиля магнитной индукции  $b(x, t)$ . Нелинейное диффузионное уравнение

(13) можно решить, если воспользоваться хорошо известным методом масштабирования (скейлинг) [5].

### 3. ПОЛУЧЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЯ

Для этого представим решение уравнения диффузии для магнитной индукции (13) в следующем виде

$$\int b(x, t) dx = t^\alpha f\left(\frac{x}{t^\beta}\right). \quad (17)$$

Здесь показатели скейлинга  $\alpha$  и  $\beta$  имеют важное значение при описании эволюции магнитного потока вглубь сверхпроводника. Так как параметр  $\alpha$  представляет скорость затухания магнитной индукции  $b(x, t)$ , а параметр  $\beta$  скорость распространения пространственного распределения потока с течением времени. Подставляя эту форму масштабирования в дифференциальное уравнение (13) и сравнивая члены по степеням  $t$ , получаем следующее соотношение для показателей  $\alpha$  и  $\beta$

$$\alpha + 1 = \alpha(n + q) + \beta(1 + q). \quad (18)$$

Используя условие сохранения потока (16), получим

$$\alpha = \beta = -\frac{1}{n + 2q}, \quad (19)$$

что предполагает существование самоподобного решения в виде

$$b(z) = t^{-\frac{1}{n+2q}} f(z), \quad z = \frac{x}{t^{\frac{1}{n+2q}}}. \quad (20)$$

Подстановка решения (20) в основное уравнение (13) дает обыкновенное дифференциальное уравнение для масштабной функции  $f(z)$  в виде

$$(n + 2q) \frac{d}{dz} \left[ f^n \left( \frac{df}{dz} \right)^q \right] + z \frac{df}{dz} + f = 0. \quad (21)$$

Граничные условия для функции  $f(z)$  теперь становятся

$$f(0) = 1, \quad f(z_0) = 0. \quad (22)$$

Уравнение (21), в зависимости от начальных и граничных условий, описывает фронт магнитного потока с изменяющейся во времени скоростью в образце. После дальнейшего интегрирования и применения граничных условий (22) получаем следующее решение задачи

$$f(z)=f(z_0) \left[ 1 - \left( \frac{z}{z_0} \right)^{1+q} \right]^{1/(n+q-1)}, \quad (23)$$

$$f(z_0) = \left[ n \frac{n+q-1}{1+q} \left( \frac{1}{n+2q} \right)^{1/q} \right]^{q/(n+q-1)} z_0^{(q+1)/(n+q-1)}$$

Положение фронта  $z_0$  теперь можно найти, подставив решение (23) в интегральное условие (22), и оно определяется как

$$z_0^{(n+2q)/(n+q-1)} = \frac{\left[ \frac{n+q-1}{1+q} \left( \frac{1}{n+2q} \right)^{1/q} \right]^{q/(n+q-1)}}{\frac{1}{q+1} \frac{\Gamma\left(\frac{n+q}{n+q-1} + \frac{1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{n+q}{n+q-1}\right) \Gamma\left(\frac{1}{q+1}\right)}}.$$

Удобно написать автомодельное решение (23) в терминах старых переменных, так как

$$b(x,t)=b_0 \left[ 1 - \left( \frac{x}{x_p} \right)^{(1+q)} \right]^{1/(n+q-1)}, \quad (24)$$

где

$$b_0(0,t) = t^{-1/(n+2q)} \left[ \frac{n+q-1}{1+q} \left( \frac{z_0^{(q+1)/q}}{n+2q} \right)^{1/q} \right]^{q/(n+q-1)}.$$

Схематически эволюция процесса проникновения магнитного поля в режиме вязкого течения вихрей при степенной зависимости  $b(x,t)$  от показателя  $n$  изображена на рисунке 1.



Рис.1. Эффективная локализация магнитного поля в режиме вязкого течения вихрей для  $n = 1$ ,

Полученное решение (24) описывает эффективное проникновение магнитного потока в образец, причем магнитная индукция локализована в области между поверхностью  $x=0$  и фронтом потока  $x_p$ . Это решение положительно в плоскости  $x_p^2 > x^2$  и равно нулю вне него [1]. Положение фронта потока  $x_p = x(t)$  как функции времени можно описать соотношением

$$x_p = \frac{Z_0}{t^{n+2q}}. \quad (25)$$

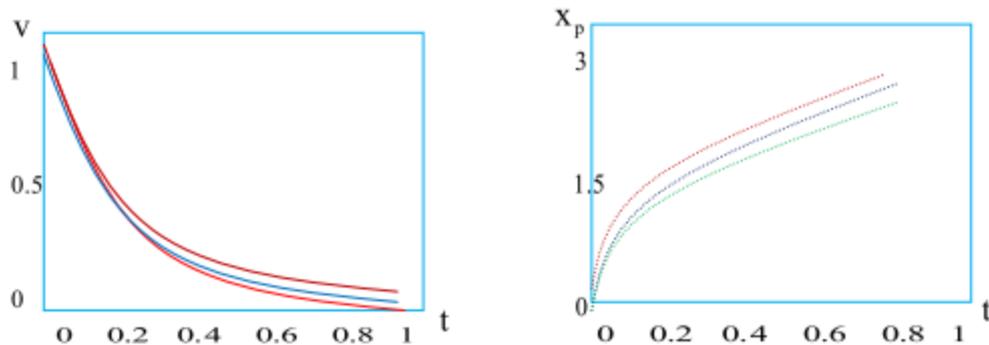


Рис 2. а) Профиль скорости фронта магнитного потока при разных значениях  $n = 3, 7, 11$ . б) Зависимость фронта магнитного потока от времени для  $n = 3, 7, 11$ .

Скорость фронта магнитного потока быстро уменьшается по мере распространения магнитного потока (рис. 2).

$$v_p(t) \propto \frac{dx_p}{dt} \propto t^{-\frac{(2q+n-1)}{(n+2q)}}. \quad (26)$$

Пространственные и временные профили проникновения магнитного потока в образец зависят от набора трех независимых параметров,  $n$ ,  $q$  и  $\alpha$ . Представляет интерес рассмотреть нелинейное уравнение диффузии для магнитной индукции при различных значениях показателей  $n$ ,  $q$  и  $\alpha$ . Для заданного набора параметров  $n$ ,  $q$  и  $\alpha$  вид функции масштабирования  $f(z)$  можно получить, решая нелинейного уравнения диффузии (11) аналитически автомодельным методом. Таким образом, чтобы получить выражения для пространственно-временной эволюции магнитной индукции для различных значений показателей  $n$ ,  $q$  и  $\alpha$  будем исследовать решение уравнения диффузии. Кроме этого, анализируем влияние различных значений показателей на форму фронта магнитного потока в образце. Варьируя параметры уравнения, мы можем наблюдать различные формы фронта

магнитного потока в образце. Отметим, что подобный подход был использован в работе [4] в рамках нелинейной диффузии потока для поперечной геометрии образца. Как можно показать, разные значения показателей  $n$  и  $q$  генерируют разные пространственно-временные фронты магнитного потока в сверхпроводнике.

Рассмотрим для примера наиболее интересный случай  $q = 1$ . В этом конкретном случае пространственная и временная эволюция индукции магнитного потока полностью определяется параметрами  $n$  и  $\alpha$ . В следующем анализе мы выводим уравнение эволюции для профиля магнитной индукции и применяем масштабирование из предыдущего раздела, чтобы сформулировать решение подобия для  $b(x, t)$ . В этом случае нелинейное диффузионное уравнение (13) можно точно решить, используя метод масштабирования. Таким образом, на основе масштабирования, описанного в предыдущем разделе, мы получаем следующее соотношение для показателей степени

$$\alpha = \beta = -\frac{1}{n+2}$$

Последнее соотношение предполагает существование решения уравнения (13) вида

$$b(x, t) = t^{-\frac{1}{n+2}} f(z); \quad z = xt^{-\frac{1}{n+2}} \quad (27)$$

Подстановка решения подобия (27) в основное уравнение (6) дает обыкновенное дифференциальное уравнение для функции масштабирования  $f(z)$

$$(2+n) \frac{d}{dz} \left[ f^n \frac{df}{dz} \right] + z \frac{df}{dz} + f = 0. \quad (28)$$

Интегрируя уравнение (28) по частям и применяя граничные условия (16), получим

$$f(z) = \left[ \frac{n}{2(n+2)} z_0^2 \right]^{1/n} \left[ 1 - \left( \frac{z}{z_0} \right)^2 \right]^{1/n}, \quad (29)$$

которая является явной формой решения подобия, которое мы искали. Положение фронта  $z_0$  теперь можно найти, подставив последнее решение в интегральное условие (16), поэтому мы имеем

$$\left[ \frac{n}{2(n+2)} z_0^2 \right]^{1/n} \int_0^{z_0} \left[ 1 - \left( \frac{z}{z_0} \right)^2 \right]^{1/n} dz = 1. \quad (30)$$

Используя следующее преобразование

$$z = z_0 \sin \omega$$

и после интегрирования получаем

$$z_0^{(n+2)/n} \left[ \frac{n}{2(n+2)} \right]^{1/n} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{\Gamma\left(\frac{3}{2} + \frac{1}{n}\right)}{\Gamma\left(1 + \frac{1}{n}\right)}.$$

Удобно написать решение (29) в терминах примитивных переменных, так как

$$b(x, t) = b_0 \left[ 1 - \left( \frac{x}{x_0} \right)^2 \right]^{1/n}, \quad (31)$$

где

$$b_0 = \left[ \frac{n}{2(n+2)} z_0^2 \right]^{1/n} t^{-\frac{1}{n+2}}. \quad (32)$$

Уравнение (31) представляет собой точное решение нелинейного уравнения диффузии потока для ситуации, когда  $q=1$ . Как видно, решение (31) описывает распространение профиля потока внутри образца. Профиль нормированной индукции магнитного потока  $b(x, t)$  для этого случая схематично показан на рис.3.



Рис.3. Распределение магнитного потока  $b(x, t)$  для  $n = 1, 3$ .

Положение фронта проникающего потока  $x = x_p(t)$  как функция времени можно описать соотношением

$$x_p = z_0 t^{\frac{1}{(n+2)}}$$

Скорость проникновения магнитного потока в сверхпроводник естественно определить из последнего соотношения

$$v \propto t^{\frac{(n+1)}{(n+2)}}.$$

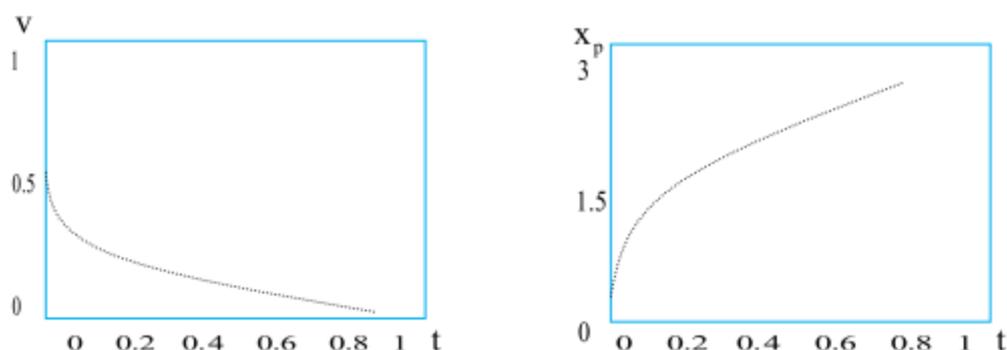


Рис 4. а) Профиль скорости фронта магнитного потока при  $n = 1.6$   
Зависимость фронта магнитного потока от времени для  $n = 1$ .

Интересно, что нормированная плотность тока  $j(x, t)$  в области  $0 < x < x_p$  может быть представлена с помощью уравнений

$$j(x, t) = -\frac{1}{c} \frac{db}{dx}. \quad (33)$$

После простого аналитического расчета можно легко получить пространственные и временные профили нормированной плотности тока  $j(x, t)$ . На рис 5 приведено распределение нормированной плотности потока  $j(x, t)$  от времени для  $n = 1, 3$ .



Рис.5. Распределение нормированной плотности потока  $j(x, t)$  для  $n = 1, 3$ .

Отметим, что аналогичная задача была также изучена в [1] в связи с магнитной релаксацией сверхпроводящего сляба в режиме ползучести потока в рамках приближенной степенной зависимости электрического поля  $E$  от тока плотность  $j$ . Авторы [3] показали, что в случае логарифмических барьеров процесс релаксации приводит к самоорганизации системы в

критическое состояние. Предполагая, что однородная магнитная индукция  $B_0$  индуцируется постоянным магнитным полем, они нашли выражение для момента намагниченности в пределе  $n = 1$ . Например, было показано [6], что потенциал пиннинга, зависящий от логарифмической зависимости от плотности тока, приводит аналогичному уравнению нелинейной диффузии для пространственно-временной эволюции плотности потока со степенной вольтамперной характеристикой. Приближенное и точное решение диффузионной задачи было получено в предположении, что внешнее магнитное поле направлено параллельно поверхности образца. Найдена масштабная зависимость между характерным временем релаксации, магнитным полем и размером образца. Подобная проблема была рассмотрена в работе [7].

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, в работе рассмотрен класс модельных краевых задач, который описывает отклик сверхпроводника второго рода на сильно нелинейные поверхностные возмущения магнитного поля при степенном граничном режиме, а также импульсном режиме с обострением. Исследован отклик жесткой вихревой решетки, показывающий, что магнитный поток проникает в образец в форме автомодельной волны. Амплитуда, скорость и глубина проникновения такой магнитной волны зависят от двух факторов – скорости внешней накачки магнитным полем и электрического сопротивления, которое зависит от индукции магнитного поля нелинейным образом, а также от величины критического тока и давления. Показано, что если плотность критического тока постоянна, то форма магнитной волны определяется конкуренцией между скоростью проникновения магнитного потока в образец и коэффициентом магнитной диффузии, характеризующим магниторезистивные свойства среды. Учет пиннинга приводит к уменьшению скорости и глубины проникновения магнитного потока в образец на величину, пропорциональную плотности критического тока

### Список литературы:

1. Aranson, D.G., Vazquez, J.L. Calculation of anomalous exponents in nonlinear Diffusion / Phys. Rev. Lett. 1994.- 72, No.3.- P.348-351
2. Bryksin, V.V. Dorogovstev, S.N. Space-time image of the magnetic flux penetrating into type-II superconductors in an applied oscillating magnetic field/ Physica C 215, 1993. – P.345-351

3. Самарский, А.А. Галактионов, В.А. Курдюмов, С.П. Михайлов, А.П. Режимы с обострением в задачах для квазилинейных параболических уравнений/ Наука, Москва 1987. с. 362.
4. Bean, C. P. Magnetization of Hard Superconductors/ *Phys. Rev. Lett.* 8, 1962.- P. 250-253.
5. Баренблатт, Г.И. Подобие, автомодельность, промежуточная асимптотика. Теория и приложения к геофизической гидродинамике/ Гидрометеиздат, Ленинград. 1982, с. 208 .
6. N.A. Taylanov and A. Elmurodov, Nonlinear dynamics of the evolution of thermomagnetic perturbations in composite superconductors/ *Technical Physics.* 48. No 11, 2003.- P. 1486-1488.
7. N.A. Taylanov *J. Mod. Phys. Appl.* 2013. Vol. 2 , N. 1, С. 51-58.
8. Тукмаков, Д. А., & Уразов, А. Н. (2020). Численное исследование влияния начального объёмного содержания дисперсной компоненты смеси на истечение запылённой среды в вакуум. *Международный научно-исследовательский журнал*, (6-1 (96)).
9. Taylanov, N., Toshpo'latova, D., & Urazov, A. (2020). ПАЛЦЕОБРАЗНАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ В СВЕРХПРОВОДНИКАХ. *Физико-технологического образование*, (1).
10. Тайланов, Н. А., Уразов, А. Н., Жуманов, А. Х., Атамуродов, С. Ф., & Уринов, Х. О. (2019). О критической температуре сверхпроводящего фуллерена C<sub>28</sub>. *Молодой ученый*, (11), 13-15.
11. Тошпулатова, Д. (2020). ФИЗИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА СОЛНЕЧНОЙ БАТАРЕЙКИ НА ОСНОВЕ ГЕТЕРОСТРУКТУРИРОВАННОГО ФОТОЭЛЕМЕНТА. *Физико-технологического образование*, (1).
12. Тайланов, Н. А., & Ахмеджанова, У. Т. (2018). ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПЕРЕХОДА ПОРЯДОК-БЕСПОРЯДОК В ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНЫХ СВЕРХПРОВОДНИКАХ. *Прикладная физика и математика*, (3), 16-18.
13. Taylanov, N. A., & Ahmatzhanova, U. T. (2017). BLOW-UP INSTABILITY IN TYPE-II SUPERCONDUCTORS. *УЧЕНЫЙ XXI ВЕКА*, 18.
14. Taylanov, N. A., & Hamdamov, B. I. (2020). Dynamics of magnetic flux penetration into superconductor with power-law current–voltage characteristics. *Low Temperature Physics*, 46(10), 1001-1003.
15. Taylanov, N. A., Kanokov, Z., & Urinov, S. K. (2020, May). The excitation spectrum in a weakly interacting bose gas. In *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering* (Vol. 862, No. 2, p. 022049). IOP Publishing.
16. Taylanov, N. A., & Elmurodov, A. (2003). Nonlinear Dynamics of the Evolution of Thermomagnetic Perturbations in Composite Superconductors. *Technical Physics*, 48(11).

17. SATTAROV, S., KHAMDAMOV, B., & TAYLANOV, N. (2014). Diffusion regime of the magnetic flux penetration in high-temperature superconductors; Diffuzionnyj rezhim proniknoveniya magnitnogo potoka v vysokotemperaturnye sverkhprovodniki.
18. Тайланов, Н. А., Жуманов, А. Х. У., & Маматмуродова, М. Ш. К. (2019). Диффузионный Режим эволюции термомагнитных возмущений в сверхпроводниках. *Вопросы науки и образования*, (30 (79)).
19. Taylanov, N. A. (2001). On the stability of thermomagnetic waves in type II superconductors. *Superconductor Science and Technology*, 14(6), 326.
20. TAYLANOV, N., BEKMIRZAEV, R., HUDOYBERDIEV, A., SAMADOV, M. K., URINOV, K. O., FARMONOV, U., & IBRAGIMOV, Z. K. (2015). Dynamics of magnetic flux penetration into superconductors with power law of voltage-current characteristic. *Uzbekiston Fizika Zhurnali*, 17(3), 126-130.
21. TAYLANOV, N., ESHBEKOVA, S., AKHMADJANOVA, U., & AKHMEDOV, E. (2015). Blow-up instability in II-type superconductors. *Uzbekiston Fizika Zhurnali*, 17(4), 214-217.
22. Taylanov, N., Urinov, S., Narimanov, B., & Urazov, A. (2021). THERMODYNAMIC POTENTIAL OF THE BOSE GAS. *Физико-технологического образование*, (2).
23. Taylanov, N. A. (2011). Blow-Up Instability in the Mixed State in Type II Superconductors. *The Open Condensed Matter Physics Journal*, 4(1).
24. Мустафакулов, А. А., Нуритдинов, И., Самадов, М. Х., Астанов, Б., Тайланов, Н. А., Суярова, М. Х., ... & Наримонов, Б. А. (2018). Исследование аморфизации структуры кристаллов кварца при облучении люминесцентным методом. «*Узбекский физический журнал*», 20(2), 134-136.
25. Orishev, Jamshid (2021) "PROJECT FOR TRAINING PROFESSIONAL SKILLS FOR FUTURE TEACHERS OF TECHNOLOGICAL EDUCATION," *Mental Enlightenment Scientific-Methodological Journal*: Vol. 2021 : Iss. 2 , Article 16.
26. Ismailov T.J, Tagaev X, Kholmatov P.K, Yusupov K.Y, Alkarov K.Kh, Orishev Zh.B Karimov O.O. (2020). Cognitive-Psychological Diagram Of Processes Of Scientific And Technical Creativity Of Students. *International Journal of Advanced Science and Technology*, 29(08), 3669-3677