

IKKI KARRALI FURE QATORLARINING DOIRAVIY QISMIY YIG'INDISI UCHUN UMUMLASHGAN LOKALIZATSIYA MASALASI

Xolboyev Nurjon Abdujabbor o'g'li

Jizzax davlat pedagogika instituti

Annotasiya: Ushbu ishda L_2 -sinfagi karrali Fure qatorining doiraviy qismiy yig'indilari uchun umumlashgan lokalizatsiya prinsipi ko'rsatiladi, ya'ni ochiq $\Omega \subset T^2$ to'plamda $f \in L_2(T^2)$ va $f(x, y) = 0$ bo'lsa, u holda bu funksiyaning doiraviy qismiy yig'indisi ko'rsatilgan Ω da deyarli hamma yerida nolga yaqinlashadi.

Tayanch so'zlar: Karrali Fure qatorlari, doiraviy qismiy yig'indi, deyarli hamma yerda yaqinlashish, umumlashgan lokalizatsiya.

Quyidagi

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} f_{nm} e^{i(nx+my)} \quad (1)$$

Fure qatorini qaraymiz.

Bu yerda $f_{nm} = (2\pi)^{-2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x, y) e^{-i(nx+my)} dx dy$ – Fure koeffitsientlari.

$T^2 = (-\pi; \pi] \times (-\pi; \pi]$ – orqali kvadratni belgilaymiz,

$S_\lambda f(x, y) = (1)$ qatorning doira bo'yicha qismiy yig'indisi bo'lsin, ya'ni:

$$S_\lambda f(x, y) = \sum_{n^2+m^2 < \lambda} f_{nm} e^{i(nx+my)}, \quad (2)$$

bu erda $\lambda > 0$ ixtiyoriy son.

$L_2(T^2) - T^2$ da kvadrati bilan integrallanuvchi funksiyalar sinfi bo'lsin.

Bu sinfda normani quyidagicha kiritish mumkin:

$$\|f\|_{L_2(T^2)} = \left(\int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |f(x, y)|^2 dx dy \right)^{\frac{1}{2}}.$$

Bu ishning asosiy maqsadi (2) qismiy yig‘indining deyarli yaqinlashishini o‘rganishdan iborat. (2) yig‘indining deyarli yaqinlashishini o‘rganish jarayonida kelib chiqadigan savollardan biri bu Luzinning gipotezasi biz qarayotgan hol uchun o‘rinlimi: $\forall f \in L_2(T^2)$ funsiyaning Fure qatorini (2) doiraviy yig‘indisi T^2 da deyarli yaqinlashadimi? Boshqacha qilib aytganda, Karlesonning teoremasini ikki karrali Fure qatorining doira bo‘yicha yig‘indisi uchun o‘tkazish mumkinmi. Bu muammolardan biri (2) qismiy yig‘indini $T^2 \setminus \text{supp } f$ to‘plamda 0 ga deyarli yaqinlashishi hisoblanadi.

$L_2(T^2)$ da $S_\lambda f(x, y)$ yig‘indi uchun umumlashgan lokalizatsiya prinsipi o‘rinli deb aytamiz, agar $\forall f \in L_2(T^2)$ funksiya uchun ushbu

$$\lim_{\lambda \rightarrow \infty} S_\lambda f(x, y) = 0 \quad (3)$$

tenglik $T^2 \setminus \text{supp } f$ da deyarli bajarilsa.

Ko‘rinib turibdiki, bu yerda (3) tenglikni $T^2 \setminus \text{supp } f$ da deyarli (hamma joyda emas) bajarilishi yetarli.

Ushbu ishning asosiy natijasi quyidagi teorema hisoblanadi.

Teorema. Agar:

- 1) $f \in L_2(T^2)$ bo‘lsa va har bir argumentlari bo‘yicha davriy va davri 2π ga teng bo‘lsin;
- 2) $\forall (x, y) \in \Omega$ da $f(x, y) = 0$ bo‘lsa, bu erda $\Omega \subset T^2$ biror ochiq to‘plam.

U holda, ushbu

$$\lim_{\lambda \rightarrow \infty} S_\lambda f(x, y) = 0 \quad (4)$$

munosabat Ω ning deyarli hamma yerida bajariladi.

Foydalilanigan adabiyotlar.

1. Ashurov, R.R.: Generalized Localization for Spherical Partial Sums of Multiple Fourier Series. Doklady Mathematics 100, 505-507(2019)
2. Alimov, Sh.A., Ashurov, R.R., Pulatov, A.K.: Multiple Fourier series and Fourier Integrals. Commutative Harmonic Analysis, vol. IV, pp.197. Springer, Berlin (1992)