PLANIMETRIYAGA OID BA'ZI MASALALARNI YECHISHNING AYRIM USULLARI.

Raxmatov Alisher – katta o'qituvchi, JDPI

Qorjovov G'ulom 4-kurs JDPI.

Annotatsiya. Ushbu tezisda planimetriyga oid masalalarni yechishning bazi usullari haqida ma'lumot berilgan.

Kalit so'zlar: Planimetriya, yuza, mediana, balandlik.

Bizga ma'lumki, deyarli barcha planimetrik masalalarni bir necha usul bilan yechishimiz mumkin. Ayniqsa bugungi kunga kelib, oliy o'quv yurtlariga kirish imtihonlarida matematika fanining majburiy fanlar blokiga qo'shilgani bunday masalalarni bir necha usulda yechishnigina bilish emas, balki shu bilan birga bu usullarning eng optimalini ham ajrata olishni ham bilish lozimligini taqozo etadi. Biz bu maqolada ayrim geometrik masalalarni yechishning ba'zi usullarini va bu usullarning eng optimallarini ajratishga harakat qilamiz.

Ko'pgina masalalarni yechishda quyidagi teoremalar uning yechimini osonlashtiradi.

1-teorema. Uchburchakning medianasi uni ikkita tengdosh uchburchaklarga ajratadi.

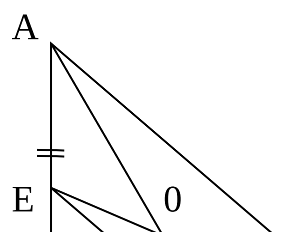
1-natija. Uchburchakning uchidan chiqib qarama-qarshi tomonni teng kesmalarga ajratuvchi kesmalar bir – biriga tengdosh uchburchaklar hosil qiladi.

2-natija. Uchburchakning uchidan chiqib qarama-qarshi tomonni $\frac{m}{n}$ nisbatda bo'luvchi kesma uchburchakni yuzlarining nisbati $\frac{m}{n}$ bo'lgan ikkita uchburchakka ajratadi.

2-teorema. Uchburchakning medianalari uni 6 ta tengdosh uchburchaklarga ajratadi.

1-masala. To'g'ri burchakli uchburchakning 14 va 18 sm ga teng katetlariga tushurilgan medianalar uni uchta uchburchak va to'rtburchakka ajaratadi. To'rtburchakning yuzini toping.

1-usul



Berilgan:

AC=14,BC=18

CD=BD, AE=BE

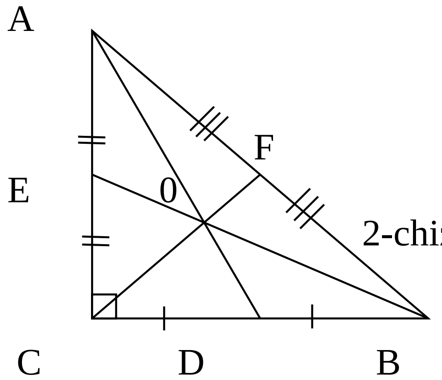
S_{EODC}=?

1-chizmadan ko‘rinib turibdiki EODC to‘rtburchak EDC va EDO uchburchaklar yuzlarining yig‘indisiga teng.

EDO uchburchakning yuzi ABC uchburchakning BE va AD medianalarni $m_a = \frac{1}{2}\sqrt{2(b^2+c^2)-a^2}$ formula yordamida topib, uchburchakning medianalari haqidagi teoremadan EO va OD kesmalar topiladi. EDO uchburchakning yuzi EO, OD, ED (ED tomon EDC to‘g‘ri burchakli uchburchakdan pifagor teoremasi orqali topiladi) tomonlari aniqlangandan keyin Geron formulasi yordamida topiladi, ya’ni $S_{\Delta EDO} = 10{,}5$ sm^2

$S_{EODC}=S_{\Delta EDO}=31{,}5$ sm^2+10,5sm^2=42 sm^2 ekanligi kelib chiqadi.

Bu usul bilan yechishda BE va AD medianalar irratsional son bo‘lishi hisoblashni murakkablashtiradi.



2-chizma

2-usul. ABC uchburchakning uchinchi medianasini o‘tkazsak va 2-teoremani tadqiq qilsak va $S_{\Delta ABC} = \frac{14см \cdot 18см}{2} = 126см^2$ ekanligi

$$S_{EODC} = \frac{2}{6}S_{\Delta ABC} = \frac{2}{6}\cdot 126см^2 = 42см^2$$

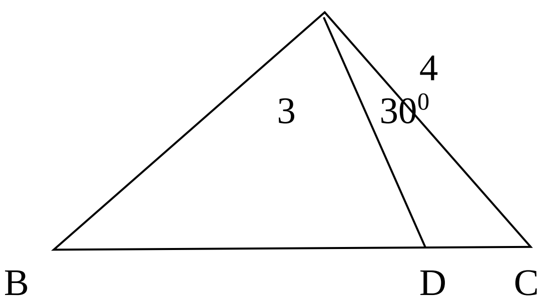
ekanligi osongina kelib chiqadi.

2-masala. Uchburchakning uchidan chiquvchi uzunligi 3 ga teng bo‘lgan kesma qarama – qarshi tomonni 4:1 nisbatdagi kesmalarga ajratadi. Agar kesuvchi va uzunligi 4 ga teng yon tomon orasidagi burchak 30^0 bo‘lsa, uchburchakning yuzini toping.

1-usul: Yechish:

Berilgan:

AC=4,AD=3



$\angle CAD=30^0$

$DC=\frac{1}{5}BC$

$C_{ABC}=?$

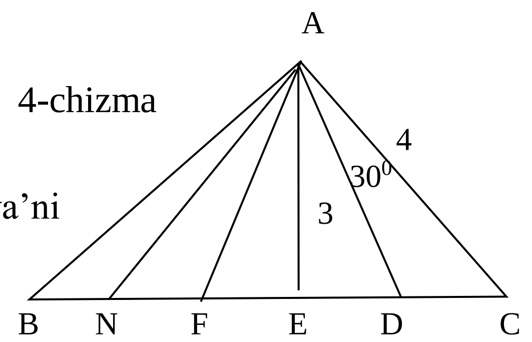
ACD uchburchakdan kosinuslar teoremasi orqali DC kesma topilib, BC tomon topiladi. So‘ngra sinuslar teoremasidan C burchak topiladi va $S=\frac{1}{2}AC\cdot BC\sin 2C$ formula orqali topiladi.

$CD^2=AD^2+AC^2-2AD\cdot AC\sin 30^0=13 \Rightarrow CD=\sqrt{13}$

$$\frac{AD}{\sin\angle C}=\frac{DC}{\sin 30^0} \Rightarrow \sin\angle C=\frac{3}{2\sqrt{13}};$$

$$BC=5\cdot DC=5\sqrt{13} \qquad S_{ABC}=\frac{1}{2}AC\cdot BC\sin\angle C=\frac{1}{2}\cdot 4\cdot 5\sqrt{13}\cdot\frac{3}{2\sqrt{13}}=15$$

2-usul. Bu masalani yechishda 1-natijani qo‘llasak uchburchakning yuzi osongina topiladi. Masalaning shartidan berilgan uchburchak 5 ta tengdosh uchburchaklarga bo‘lingan (4-chizma), ya’ni



4-chizma

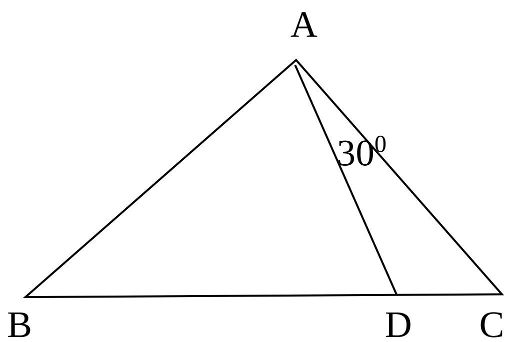
$S_{ABN}=S_{AFN}=S_{AEF}=S_{ADE}=S_{ACD}$

$$S_{ACD}=\frac{1}{2}AC\cdot AD\cdot\sin 30^0=\frac{1}{2}\cdot 4\cdot 3\cdot\frac{1}{2}=3$$

Demak $S_{ABC}=5\ S_{ACD}=5\cdot 3=15$

3-usul. Bu masalani yechishda 2 natijani ham qo‘llash mumkin. ACD uchburchakning yuzi topiladi va

$$\frac{S_{ACD}}{S_{ABD}}=\frac{1}{4} \Rightarrow S_{ABD}=12$$



5-chizma

$S_{ABC}=S_{ACD}+S_{ABD}=3+12=15$

Yuqorida keltirilgan misollardan ko‘rinadiki ayrim masalalarni yechishda yuqoridagi teorema va natijalarni qo‘llasak, natijaga tezroq va osonroq yetishamiz.

ADABIYOTLAR RO’YHATI.

1. N.D.Dadajonov, M.Sh.Jo’raeva. Geometriya. 1-qism. Toshkent, «O’qituvchi» 1996 y
2. L.S.Atanosyan, B.T.Bazilev. Geometriya. Chast 1. M: Prosvesheniye 1986
3. X.X.Nazarov, X.O.Ochilova, E.G.Podgornova. Geometriyadan masalalar to’plami. 1-qism. Toshkent. O’qituvchi 1997 y.
4. Погорелев А.В. Геометрия: Учебник для 7-11 классов средней школы.- М.: Просвещение, 1992. – 383с.