TENGLAMALARNI YECHISHDAGI XATOLAR.

Isayev Nurbek Faxriddin o`g`li

JDPI Matematika o`qitish metodikasi kafedrasi o`qituvchisi

Toshmurotova Nishonoy Boytemir qizi

JDPI Aniq va tabiiy fanlarni o`qitish metodikasi (matematika)

yo`nalishi 1-kurs magistranti

Annotatsiya: Ushbu tezisda tenglamalarni yechishda yo`l qo`yiladigan xatolarni topishga urg`u berilgan. Tenglamalarni yechishdagi xatolarni topish orqali o`quvchilarning mantiqiy fikrlashini rivojlantirishga alohida e`tibor berilgan.

**Kalit so`zlar:** Ayniy almashtirishlar, chet ildiz, yordamchi noma`lum, aniqlash sohasi.

Аннотация: Этот тезис подчеркивает необходимость поиска ошибок при решении уравнений. Особое внимание уделяется развитию логического мышления студентов путем поиска ошибок при решении уравнений.

Ключевые слова: Точные подстановки, чужой корень, вспомогательное неизвестное, поле обнаружения.

Annotation: This thesis emphasizes the possibility of finding errors in solving equations. Particular attention is paid to the development of students' logical thinking by finding errors in solving equations.

Keywords: Exact substitutions, foreign root, auxiliary unknown, field of detection.

Nazorat ishi, imtihon ishlari, testlarni yechishda o‘quvchilar turli-tuman xatolar qiladilar. Bu xatolar bir-biridan keskin farq qiladi, ular mavzular bo‘yicha ham, qiyinchilik darajasi bo‘yicha ham farq qiladi. Quyida ko‘p uchraydigan xatolarni keltiramiz.

Ildizlarni yo‘qotish

Tenglamalarni yechishda ayniy almashtirishlar noto‘g‘ri bajarilishi natijasida tenglama ildizlari yo‘qolishi va chet ildizlar kirib qolishi mumkin. Ifodalarni almashtirishda tenglamaning aniqlanish sohasi qisqarishi mumkin, natijada ildizlar yo‘qolishi mumkin.

Misol: $\lg(x-10)^2+\lg x^2=2\lg 24$ tenglamani yeching.

Noto‘g‘ri yechim:

$$2\lg(x-10)+2\lg x=2\lg 24$$

$$\lg(x-10)+\lg x=\lg 24$$

$$\lg x\cdot(x-10)=\lg 24$$

$$x^2-10x=24$$

$$x^2-10x-24=0$$

$$x_1=-2,\quad x_2=12;$$

Tekshirilganda topilgan ildizlar haqiqatdan ham berilgan tenglamani qanoatlantirishi ko‘rsatilgan. Ayniy almashtirishdagi xato tufayli aniqlanish sohasi qisqardi va yechimlarni yo‘qotdik.

To‘g‘ri yechim: Tenglamaning aniqlanish sohasi: $x\neq 0$, $x\neq 10$

$$2\lg|x-10|+2\lg|x|=2\lg 24$$

$$\lg|x-10|+\lg|x|=\lg 24$$

$$\lg|x\cdot(x-10)|=\lg 24$$

$$|x^2-10x|=24$$

$$x^2-10x=\pm 24$$

1) $x^2-10x=24$

$$x^2-10x-24=0$$

$$x_1=-2,\quad x_2=12;$$

2) $x^2-10x=-24$

$$x^2-10x+24=0$$

$$x_1=4,\quad x_2=6.$$

Javob: -2, 4, 6, 12.

Tenglamani noma'lum qatnashgan ifodaga qisqartirish natijasida, ildizlar yo'qolib qolishi mumkin.

Misol: $3^x \cdot (x^2 - 2x - 3) = 9 \cdot (x^2 - 2x - 3)$ - tenglamani yeching.

Noto'g'ri yechish: Tenglamaning har ikki tomonini $x^2 - 2x - 3$ ga qisqartiramiz, natijasida $3^x = 9$ hosil bo'ladi, bu yerdan $x = 2$ ni hosil qilamiz.

To'g'ri yechim:

$$3^x \cdot (x^2 - 2x - 3) - 9 \cdot (x^2 - 2x - 3) = 0$$

$$(3^x - 9)(x^2 - 2x - 3) = 0$$

1) $3^x - 9 = 0$; $3^x = 9$; $x_1 = 2$.
2) $x^2 - 2x - 3 = 0$; $x_2 = -1$; $x_3 = 3$.

Javob: -1, 2, 3.

Misol: $\lg^2 x - \lg x = 0$ tenglamani yeching.

Noto'g'ri yechim: Tenglamani aniqlanish sohasi : $x > 0$.

Tenglamaning har ikki tomonini $\lg x$ ga qisqartiramiz. Natijada

$\lg x - 1 = 0$; $\lg x = 1$; $x = 10$.   Javob: 10.

To'g'ri yechim:

$$\lg^2 x - \lg x = 0$$

$$\lg x(\lg x - 1) = 0$$

1) $\lg x = 0$; $x_1 = 1$.
2) $\lg x - 1 = 0$; $\lg x = 1$; $x_2 = 10$.

Javob: 1, 10.

Shuni aytish kerakki chet ildizni topish oson, ammo yo'qolib qolgan ildizni topish qiyin.

Chet ildizlar xaqida

Tenglamalarni yechishda ikki xil fikr tadbiq etiladi. Biri tenglama yechimini albatta tekshirib ko'rish kerak deyilsa, boshqa fikr bu shart emas deydi. Aslida yechimni tekshirib ko`rib, ba'zi hollarda muhim xisoblanadi,ba'zi hollarda esa bunga ehtiyoj bo`lmaydi.

Topilgan yechimni tekshirishdan maqsad chet ildizlarni aniqlashdir, ular ayniy almashtirishlardagi xatolar tufayli paydo bo`ladi. Bu tenglamani noma'lum qatnashgan ifodaga ko`paytirishdan paydo bo`lishi mumkin.

Misol: $\frac{5-x}{x-1}$ - $\frac{5+3x}{x^2-1}$ = 0 tenglamani yeching.

Noto`g'ri yechim: Tenglamaning har ikki tomonini $x^2$- 1 ga ko`paytiramiz natijada:

$$(5-x)(x+1)-(5+3x)=0$$

$$\text{-}-x^2+x=0$$

$$x^2-x=0$$

$x(x-1)=0$ Javob; x_1=0 x_2=1

Bu yerda x=1 chet ildiz kirib qoldi, uni bevosita tekshirish bilan aniqlash mumkin. To'gri javob x=0

Chet ildiz tenglamani noma'lum qatnashgan biror ifodaga bo`lishdan ham hosil bo`lishi mumkin.

Misol: $\frac{x^2-81}{x-9}-2x=0$ tenglamani yeching.

$x^2-81=(x-9)(x+9)$ bo'lgani uchun, berilgan tenglamadan:

$(x-9)$ ga qisqartirish natijasida quyidagini hosil qilamiz.

$(x+9-2x=0)$ yoki $(-x+9=0)$ bu yerdan x=9 hosil bo`ladi.

Javob: x=9. Bu yerda x=9 chet ildiz hosil bo`ldi.

To'g'ri javob, tenglama yechimga ega emas. Maxrajda noma'lumlar qatnashgan tenglamalarda o'xshash hadlarni ixchamlash natijadasida xam chet ildiz kirib qolishi mumkin.

Misol: $\frac{2}{3x^2}+x^2-\frac{2}{3x^2}-4x=0$ tenglamani yeching.

O'xshash xadlarni ixchamlashdan keyin ushbuni xosil qilamiz: $x^2-4x=0$ bu yerdan $x_1=0$; $x_2=4$ xosil bo'ladi. Javob: 0 va 4

Ko'rinib turibdiki, x=0 ni qabul qila olmaymiz, chunki u tenglamaning aniqlanish sohasiga kirmaydi.

To'g'ri javob: x=4

Ko'p hollarda chet ildiz tenglamaning xar ikki tomonini juft darajaga ko'tarishdan xosil bo'lishi mumkin. Ushbu irratsional tenglamani qaraymiz va uni yechish jarayonida chet ildiz paydo bo`lishini kuzatamiz;

Misol: $\sqrt{x+3}-\sqrt{7-x}$ =2

Noto'g'ri yechim: Tenglamaning aniqlanish sohasi -3≤x≤7

$\sqrt{x+3}$=2-$\sqrt{7-x}$;

x+3=4-4$\sqrt{7-x}$+7-x

2x-8=-4$\sqrt{7-x}$

2$\sqrt{7-x}$=4-x

$4(7-x)=16-8x+x^2$
$x^2-4x-12=0$

$x_1-2\,;\ x_2=6$

Javob: -2 va 6

Ammo tekshirish shuni ko'rsatadiki har ikkala topilgan ildiz ham berilgan tenglamani qanoatlantirmaydi. Ularning har ikkalasi ham tenglamaning aniqlanish sohasiga kirsa ham, gap shundaki tenglamani yechish jarayonida

$\sqrt{x+3}=2-\sqrt{7-x}$ tenglamani kvadratga ko'tarish yordamida

$x+3=4-4\sqrt{7-x}+7-x$ tenglama xosil bo'ladi. -2 ildiz oxirgi tenglamani qanoatlantiradi, -2 ni oxirgi tenglamadagi x o'rniga qo'yilsa 1=1 to'g'ri tenglik hosil bo'ladi. Ammo -2 ni undan oldingi tenglamaga qo'yilsa $1=-1$ noto'g'ri tenglik hosil bo'ladi, bu yerda chet ildiz $1=-1$ noto'g'ri tenglikni kvadratga ko'tarish natijasida $1=1$ tenglik xosil bo'lganidan kelib chiqdi.

$x=6$ esa yuqoridagilarning birortasini xam qanoatlantirmaydi, biroq u $2\sqrt{7-x}=4-x$ ni kvadratga ko'tarishdan paydo bo'ladi. Bu tenglama -2 ildizga ega, ammo uni kvadratga ko'tarishdan $4(7-x)=16-8x+x^2$ tenglama hosil bo'lib $x=6$ da noto'g'ri tenglikni to'g'ri tenglikka aylantirib qo'yadi. Oxirgi tenglama uchun $x=6$ ildiz bo'ladi, ammo undan oldingi tenglama uchun ildiz bo'la olmaydi. Shunday qilib, ikki marta kvadratga ko'tarish natijasida: $x^2-4x-12=0$ tenglama hosil bo'lib uning ildizlari -2 va 6 bo'ladi. Ammo ularning har ikkalasi ham berilgan tenglama uchun chet ildiz xisoblanadi.

Tenglamani yechishda ko'paytuvchilardan birortasi nolga tengligidan foydalanganda ham chet ildiz kirib qolishi mumkin. Bunda barcha ildizlar tenglama aniqlanish sohasiga kirishi kerak.

Misol: $(x-5)(x+2)\sqrt{x-3}=0$ tenglamani yeching.

Noto'g'ri yechim. Berilgan tenglamadan tenglamalar to'plamiga o'tamiz:.
$x-5=0; x+2=0; x-3=0$

Bu yerdan: $x_1=5; x_2=-2; x_3=3.$ Javob: 5; -2 ; 3.

$x=-2$ tenglamaning aniqlanish sohasiga kirmaydi, shuning uchun u chet ildiz hisoblanadi.

Ayrim tenglamalarda chap va o'ng tomonda turgan ifodalar aniqlanish sohasi bir xil bo'lmaydi.

Bunday tenglamalarga misol keltiramz:

$$x=(\sqrt{x})^2;\ \ x=\frac{xy}{y};\ \ \sqrt{xy}=\sqrt{x}\sqrt{y};\ \ tg(x+y)=\frac{tgx+tgy}{1-tgxtgy};\ \ \sin 2x=\frac{2tgx}{1+tg^2x};\ \ \log_a x^2=2\log_a x;$$
$$\log_a(xy)=\log_a x+\log_a y.$$

Bu tenglamalarning har birida o'ng tomonda turgan ifodaning aniqlanish sohasi chap tomondagi ifodaning aniqlanish sohasining bir qismi bo'ladi. Shuning uchun bu tengliklarda chapdan o'ngga o'tishda ildizlar yo'qolishi mumkin, o'ngdan chapga o'tganda esa chet ildiz paydo bo'lishi mumkin.

Misol: $\sqrt{(x-1)^2(x-3)}=x-1;$

$$|x-1|\sqrt{x-3}=x-1;$$

$$\sqrt{x-3}=\frac{x-1}{|x-1|};$$

$x\geq 3$ bo'lgani uchun $|x-1|=x-1$ va $\sqrt{x-3}=1,$ bu yerda $x=4.$ Javob: 4.

Bu yerda $\sqrt{xy}=\sqrt{x}\sqrt{y}$ formulani tadbiq etish x = 1 ildizni yo'qotishga olib keladi. Berilgan tenglama aniqlanish sohasi $\{1\}\cup[3;+\infty)$ edi. $|x-1|\sqrt{x-3}=x-1$

tenglamaning aniqlanish sohasi esa faqat $[3;+\infty)$, natijada x = 1 yehim yo`qotiladi. Agar berilgan tenglamaning har ikkala tomonini kvadratga ko'tarsak, natijada chet ildiz kirib qoladi, buni tekshirish va chet ildizni chiqarib tashlash osondir.

To'g'ri yechim: $\sqrt{(x-1)^2\cdot(x-3)}=x-1$;

$$(x-1)^2\cdot(x-3)=(x-1)^2;$$

$$(x-1)^2\cdot\left[(x-3)-1\right]=0;$$

$$(x-1)^2\cdot(x-4)=0; \Rightarrow x_1=1; x_2=4;$$

Tekshirish natijasida har bir 1 va 4 yechimlar tenglamaning ildizi ekanligini ko'rish mumkin..

O'zgaruvchilarni almashtirishdagi xatolar.

Ba'zi tenglamalarni yechishda o'zgaruvchilarni almashtirish qulay hisoblanadi. Biroq bu usulni ishlatishda xatolarga yo'l qo'yiladi.

Agar bir nechta daraja qatnashsa belgilash sifatida eng eng kichik darajadan foydalanish kerak.

Misol: $5\cdot(x-3)^{\frac{1}{4}}-6=(x-3)^{\frac{1}{2}}$

Noto'g'ri yechim: $(x-3)^{\frac{1}{2}}=t$ almashtirish kiritamiz, $(x-3)^{\frac{1}{4}}=t^2$, u holda berilgan tenglama ushbu ko'rinish oladi: $5\cdot t^2-t-6=0$. Albatta bundan keyin to'g'ri yechim olinmaydi.

To'g'ri yechim: Bu yerda $(x-3)^{\frac{1}{4}}=t$ deb almashtirish olinsa $(x-3)^{\frac{1}{2}}=t^2$. U holda berilgan tenglama : $5\cdot t-6=t^2 \Rightarrow t^2-5t+6=0 \Rightarrow t_1=2, t_2=3$

1) $(x-3)^{\frac{1}{4}}=2$; $x-3=16$; $x_1=19$

2) $(x-3)^{\frac{1}{4}}=3$; $x-3=81$; $x_1=84$

Javob: 19 va 84.

Almashtirish to'g'ri bajarilsa va yordamchi noma'lum to'g'ri topilsa masala to'g'ri yechiladi.

Misol: $x+4\sqrt{x}-5=0$ tenglamani yeching.

Xato yechim: $\sqrt{x}=t; x=t^2, t^2+4t-5=0. t_1=1, t_2=-5;$

1) $x=(t_1)^2=1^2=1$; 2) $x=(t_2)^2=(-5)^2=25$.

Javob: 1 va 25.

Yordamchi noma'lum t ni topgandan keyin $\sqrt{x}=t$ formuladan foydalanish kerak, $x=t^2$ dan emas.

To‘g‘ri yechim: $\sqrt{x}=t; x=t^2, t^2+4t-5=0. t_1=1, t_2=-5;$

1) $\sqrt{x}=t_1=1$; $x=1$;
2) $\sqrt{x}=t_2=-5$; bu tenglama yechimga ega emas.

Javob : 1.

Misol. $x^2-4x-\sqrt{2x^2-8x+12}=6.$

Noto‘g‘ri (sodda bo‘lmagan) yechim.

Bu tenglamani ko‘p hollarda quyidagicha yechiladi:

$$x^2-4x-6=\sqrt{2x^2-8x+12};$$

$$(x^2-4x-6)^2=2x^2-8x+12;$$

$$x^4-8x^3+2x^2+56x+24=0;$$

Ko‘p hollarda yechimning davomi keltirilmaydi, to‘rtinchi darajali tenglamani yechish qiyin.

Endi to‘g‘ri yechimni keltiramiz:

$$x^2-4x-\sqrt{2x^2-8x+12}=6$$

Faraz qilaylik: $\sqrt{2x^2-8x+12}=m$, $x^2-4x=0,5(m^2-12)$;

berilgan tenglama ushbu ko‘rinishni oladi:

$$0,5(m^2-12)-m=6;$$

$$m^2-2m-24=0;$$

$$m_1=-4, m_2=6;$$

1) $\sqrt{2x^2-8x+12}=-4$, bu tenglama yechimga ega emas.

2) $\sqrt{2x^2-8x+12}=6$, $2x^2-8x+12=36$; $x^2-4x-12=0$; $x_1=-2, x_2=6$.

-2 va -6 lar tekshirilmadi, chunki bunga ehtiyoj yo‘q.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO’YXATI

1. S.Alixonov “Matematika o’qitish metodikasi”-Cho’lpon nomidagi nashriyot-matbaa ijodiy uyi. Toshkent-2011
2. Algebra va matematik asoslari, I qism: Akademik litseylar uchun darsligi / Abdurahmonov A.U., Nasimov H.A. va boshqalar.-T.:O’qituvchi, 2002.
3. Vafayev R. va boshq. Algebra va analiz asoslari: Akademik litsey va kasb-hunar kollejlari uchun o’quv qo’llanmasi. - T.:O’qituvchi, 2001.
4. B.Abdurahmonov “Matematika induksiya metodi” - T.:2008.
5. Mamatov Sh «Matematika va informatika o’qitish metodikasi» fanidan o’quv-uslubiy majmua. – Samarqand: SamDU nashri.: 2010.
6. Saidaxmedov N.S. Yangi pedagogik texnologiyalar. – Toshkent: Moliya, 2003.
7. Matematika. Akademik litsey va kasb – hunar kollejlari uchun o‘quv dasturi. (A.Abdushukurov va boshq.). T. 2010 y.
8. Соловьев Ю. П. Задачи по алгебре и теории чисел для математических школ. Ч. 1 - 3. — М.: школа им. А. Н. Колмогорова, 1998
9. Asqar Zunnunov ”Pedagogika nazariyasi”.”Aloqachi”, Toshkent-2006.
10. Sulaymonov, F., & Bayzaqov, M. (2021). MATEMATIK MANTIQ ELEMENTLARINI ERTA O’RGATISH VA UNING AHAMIYATI. Журнал математики и информатики, 1(2).
11. Mamatov, J., Bayzaqov, M., & Rahimova, S. (2021). BERNULI VA PUSSON TAQSIMOTLARI. Журнал математики и информатики, 1(4).