FUNKSIYALARNI TEKSHIRISHDAGI XATOLAR.

Isayev Nurbek Faxriddin o`g`li

JDPI Matematika o`qitish metodikasi kafedrasi o`qituvchisi

Toshmurotova Nishonoy Boytemir qizi

JDPI Aniq va tabiiy fanlarni o`qitish metodikasi (matematika)

1-kurs magistranti

Annotatsiya: Ushbu tezisda funksiyalarni tekshirishda yo`l qo`yiladigan xatolarni topishga urg`u berilgan. Funksiyalarni tekshirishdagi xatolarni topish orqali o`quvchilarning mantiqiy fikrlashini rivojlantirishga alohida e`tibor berilgan.

Kalit so`zlar: Funksiya ekstremumi, eng katta va eng kichik qiymatlar, kritik nuqta, urinma tenglamasi.

Аннотация: Этот тезис подчеркивает обнаружение ошибок при проверке функций. Особое внимание уделяется развитию логического мышления студентов путем поиска ошибок при проверке функций.

Ключевые слова: Экстремум функции, максимальное и минимальное значения, критическая точка, пробное уравнение.

Annotation: This thesis emphasizes the detection of errors in the verification of functions. Particular attention is paid to the development of students' logical thinking by finding errors in the verification of functions.

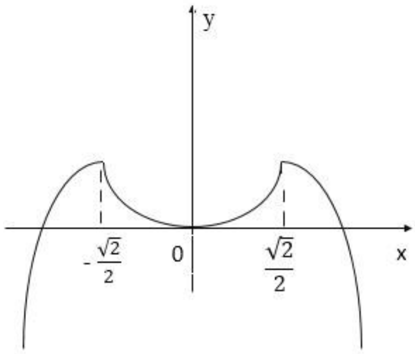
Keywords: Function extremum, maximum and minimum values, critical point, experiment equation.

Funksiyalarni tekshirishda o'quvchilar tez-tez xatoga qo'yadilar. Bunda xatolar ko'proq funksiya hosilalaridan foydalanib , funksiya grafigini chizishda ko'rinadi.

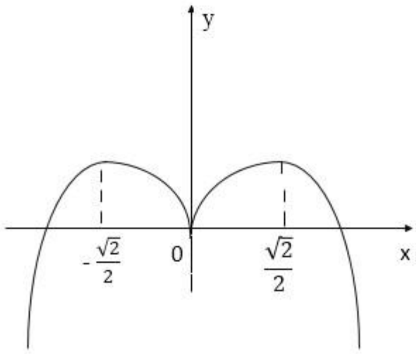
a) Faraz qilaylik, $f(x) = x^2 - x^4$ funksiyani hosila yordamida tekshiring va grafigini yasang. Funksiyani tekshirish natijasida jadval tuzamiz.

x		$-\frac{\sqrt{2}}{2}$			0		$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$		0	$+$	0	$-$
$f(x)$	↗	$\frac{1}{4}$	↘		0	↗	$\frac{1}{4}$	↘
		max			min		max	

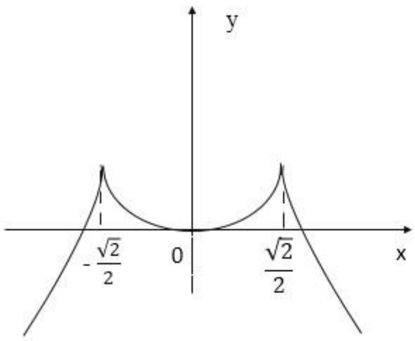
b) Ushbu jadval asosida o'quvchilar grafik tuzishda yo'l qo'ygan xatolarni keltiramiz.



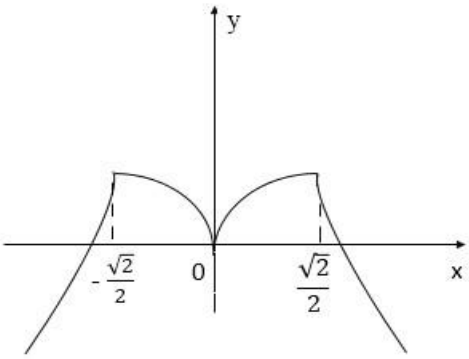
a)



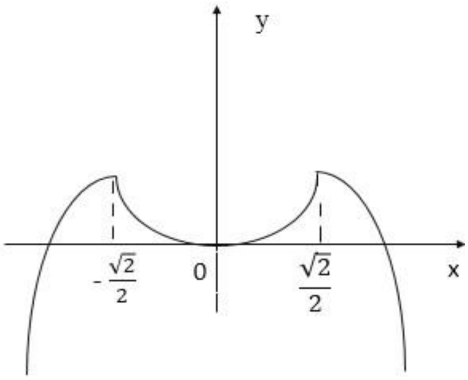
b)



v)



g)



d)

Shaklda grafik to'g'ri keltirilgan, qolgan shakllarda esa grafik xato keltirilgan. Xatoning sababi o'quvchilar jadvaldan faqat funksiya qayerda o`sadi va qayerda kamayadi, shuni hisobga olishgan, funksiyani kritik nuqtada hosilaga egaligi hisobga olinmagan. Jadvalda berilgan funksiya $x_1 = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ va $x_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}$ nuqtalarda ham hosilaga ega ekanligi, bu nuqtalarda o'tkazilgan urinma absissa o'qiga parallel ekanligi ko'rinib turibdi. a), b), v), g) shakllarda bunday xossa yo'q.

Masalan b) shaklga $x = 0$ nuqtada urinma o'tkazib bo'lmaydi.

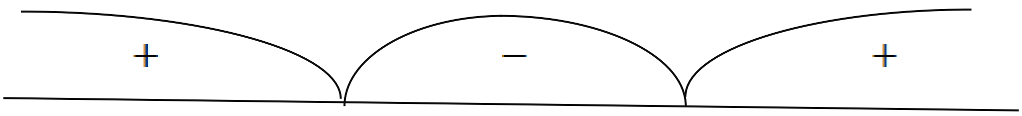
Funksiyani monotonlikga tekshirganda, o'quvchilar funksiya aniqlanmagan nuqtani hisobga olmaydilar. Bunday xatoga misol keltiramiz:

$f(x) = 2x + \frac{1}{x^2}$ funksiyani monotonlikga tekshiring.

Ko'p hollarda o'quvchilar quyidagicha yo'l tutadilar.

$f'(x) = 2 - \frac{2}{x^3}$ hosilani olib, $f'(x) = 0$ bo'ldigan nuqtalarini topadilar:

$2x^3 - 2 = 0$, $x = 1$ shundan keyin funksiyaning aniqlanish sohasini $x = 1$ nuqta yordamida ikki qismga ajratadilar, $x < 1$ va $x > 1$, har bir oraliqda funksiya hosilasi ishorasini topadilar va funksiya monotonligi haqida noto'g'ri xulosaga keladilar. Aslida esa quyidagicha yo'l tutish kerak edi. Barcha haqiqiy sonlar to'plamini, funksiya aniqlanmagan, funksiya hosilasi nolga teng bo'lgan, funksiya hosilasi cheksiz teng bo'lgan yoki funksiya hosilasi mavjud bo'lmagan nuqtalar va tegishli oraliqlarga ajratish kerak edi. Bu holda biz uchta oraliqga ega bo'lar edik. Bu oraliqlarning har birida funksiya hosilasining ishorasi keltirilgan.



Jadval quyidagicha bo'lishi kerak edi:

$x < 0$ oraliqda funksiya o'sadi;

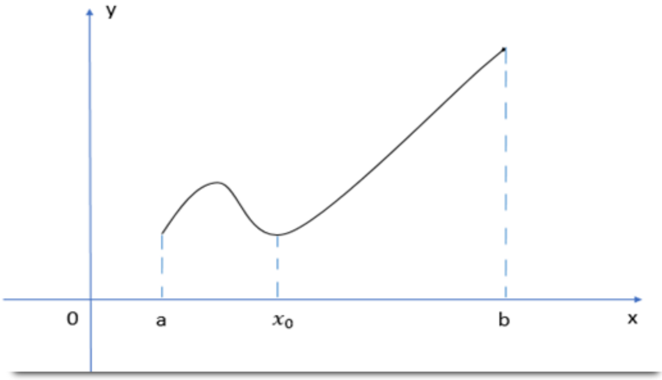
$0 < x < 1$ oraliqda funksiya kamayadi;

$x > 1$ oraliqda funksiya o'sadi;

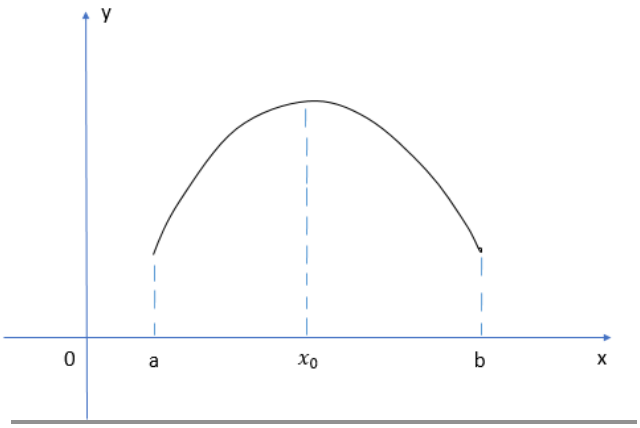
Masala javobini yozganda o'sish (kamayish) oraliqlarini chetlari funksiya aniqlanish sohasiga kirishi yoki kirmasligini hisobga olish kerak. Bu masalada x=1 nuqta funksiya aniqlanish sohasiga qarashli va x=1 nuqtada funksiya uzluksiz hamdir, u holda oraliqlar quyidagicha yozilishi kerak: $0 < x \leq 1, x \geq 1$.

Bir qancha xatolar ekstremumga doir matnli masalalarda ham uchraydi. Shu xatolarga etibor beraylik:

Ko'p xollarda ekstremumga doir masalalarni hosil bo'lgan funksiyaning eng katta (eng kichik) qiymatini topishga quyidagicha xulosa qilinadi: " Oraliqda funksiya bitta maksimumga ega, u holda maksimal qiymat eng katta bo'ladi". Bu xulosa doimo to'g'ri emas, buni tahlil qilamiz. Shaklga etibor berilsa :



funksiya [a; b] kesmada bitta x_0 maksimumga ega, ammo u [a;b] oraliqdagi eng katta qiymat emas x=b da funksiya o'zining eng katta qiymatiga erishadi.
Ikkinchi shaklda funksiya [a;b] oraliqda bitta ekstremumga ega va u maksimum bo'lib, [a;b] dagi eng katta qiymatdir degan xulosa to'g'ri bo'ladi.



Bu mulohazalarga yakun yasab, umumiy xulosa quyidagicha bo'lishi mumkin. "Uzluksiz funksiya oraliqda bitta ekstremum nuqtaga ega bo'ladi, bu nuqta maksimum nuqtasi bo'ladi va u ko'rsatilgan oraliqda eng katta bo'ladi.

Xulosa qilib aytganda hosila yordamida funksiyani tekshirish va grafigini yasashda funksiya hosilalariga diqqatni qaratish kerak ekan. Ayniqsa funksiya uzilish huqtalari va ularning turlari muhim rol o'ynaydi.

Har doim ham elementar almashtirishlar yordamida berilgan funksiya grafigini yasab bo'lmaydi. Buni hosila yordamida amalga oshirish kerak bo'ladi. Ammo bu yo'l xam o'quvchilarga ma`lum qiyinchiliklar tug'diradi.

Misollarga qaraymiz: Kritik nuqtani funksiyaning aniqlanish sohasiga kirmaydi deb olish.

Misol: $y = \frac{x^2}{x+2}$ funksiyaning kiritik nuqtasini toping.

$y' = \frac{2x(x+2)-x^2}{(x+2)^2} = \frac{x^2+4x}{(x+2)^2}$ va -4; -2; 0 lar kiritik nuqtalar deb xulosa qilinmoqda. Ammo bu yerda x=-2 funksiyaning aniqlanish sohasiga kirmaydi.

To'g'ri javob -4; 0 funksiyaning kiritik nuqtalaridir. Ko'p hollarda ekstremum nuqtasi deb, funksiya hosilasi nolga teng bo'lgan nuqtalar olinadi, umuman bu to'g'ri emas.

Misol: $y = x^3$ funksiyani qaraylik. $y' = 3x^2$ ko'rinib turibdiki x=0 da $y' = 0$ bo'ladi. U holda x=0 ekstremum nuqtasi. Javob: x=0.

Agar x=0 nuqta atrofida funksiya hosilaning ishorasi tekshirilsa , ishora doimo musbat bo'lib qoladi bu esa x=0 nuqta ekstremum nuqtasi emasligini bildiradi. To'g'ri javob: Funksiya ekstremumga ega emas. Ko'p hollarda o'quvchilar ekstremum bilan ekstremum nuqtasini ajratmaydilar. Misol: $y = x^2 + 2x + 3$ funksiyaning ekstremumi topilsin. Xato yechim: $y = x^2 + 2x + 3$ funksiya berilgan, ekstremum topilsin: $y' = 2x + 2$;
$y' = 0$ dan 2x+2=0 bu yerdan esa x=-1. Tekshirish shuni ko'rsatadiki x=0 ning atrofida funksiya manfiy ishoradan musbat ishoraga o'zgaradi. Javob: x=-1.
Yechim davomida ekstremum nuqtasi topilgan edi, aniqrog'i minimum nuqtasi topilgan edi. Ekstremumni topish uchun y(-1) hisoblash kerak.

Yuqorida keltirilgan yechimni davom ettirish kerak.
$x_{\min} = -1, y_{\min} = y(x_{\min}) = y(-1) = (-1)^2 + 2\cdot(-1) + 3 = 2$. Javob:2

Hosilaning geometrik ma'nosini tadbiq etishda ham ayrim tushunmovchilik bo'lishi mumkin. Masala shartiga ko'ra berilgan funksiya, berilgan nuqtada o'tkazilgan urinmaning burchak koeffisentini topish kerak bo'lsin. Bunda o'quvchilar urinma tenglamasini tuzib ortiqcha ish qiladilar, aslida esa funksiya hosilasidan shu nuqtadagi qiymatini hisoblash yetarli edi. Urinma tenglamasi y=kx+b bo'lib, bunda $k = f'(x_0)$ edi.

Misol: $y = x^3$ funksiya grafigini $x_0 = 1$ nuqtada urinma tenglamasini tuzing.

Xato yechim: $y' = 3x^2, y_0 = y(x_0) = y(1) = 1^3 = 1$

Urinma tenglamasini yozamiz: $y = 3x^2(x-1) + 1$

Javob: $y = 3x^2(x-1) + 1$

Bu yerda k o'rniga ixtiyoriy x uchun y'(x) qo'yiladi. To'g'ri yechim:
$y_0 = y(x_0) = y(1) = 1^3 = 1, y' = 3x^2, y' = y'(x_0) = y'(1) = 3\cdot 1^2 = 3$

Urinma tenglamasi quyidagicha bo'ladi: y=3(x-1)+1, y=3x-2

Javob: y=3x-2

Misol: $y = x^2$ funksiya grafigiga M (2;3) nuqtadan o'tuvchi urinma tenglamasi tuzilsin.

Xato yechim: Masala shartidan $x_0 = x_M = 2;$ u holda y'=2x, $y'(x_0) = y'(2) = 2 \cdot 2 = 4$
Bundan tashqari $y_0 = y_M = 3$ bo'lagani uchun urinma tenglamasi quyidagicha bo'ladi:

y=4(x-2)+3; y=4x-5

Javob: y=4x-5

Izoh: Dastlab M(2;3) nuqta $y = x^2$ parabolaga tegishlimi?
$3 = y_M \neq y(x_M) = y(2) = 2^2 = 4$

demak M nuqta parabola grafigiga tegishli emas. To'g'ri yechim:
$y_0 = y(x_0) = x_0^{\ 2}, y' = 2x, y'(x_0) = 2x_0$

Urinma tenglamasi quyidagicha bo'ladi:

$y = 2x_0 \cdot (x - x_0) + x^2$ M (2;3) nuqta orqali 2 ta urinma o'tkazish kerak.

$3 = 2x_0(2 - x_0) + x^2,$ bu yerdan $x_0^2 - 4x_0 + 3 = 0$ bu tenglama yechimlari $x_0 = 1$ yoki $x_0 = 3$

Natijada $y = x^2$ parabolaga M (2;3) nuqta orqali 2 ta urinma o’tkazish mumkin.

$1) y = 2 \cdot 1 \cdot (x - 1) + 1^2 = 2x - 1;$ y=2x-1

$1) y = 2 \cdot 3 \cdot (x - 3) + 3^2 = 6x - 9;$ y=6x-9

Javob: y=2x-1, y=6x-9

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO’YXATI

1. S.Alixonov “Matematika o’qitish metodikasi”-Cho’lpon nomidagi nashriyot-matbaa ijodiy uyi. Toshkent-2011
2. Algebra va matematik asoslari, I qism: Akademik litseylar uchun darsligi / Abdurahmonov A.U., Nasimov H.A. va boshqalar.-T.:O’qituvchi, 2002.
3. Vafayev R. va boshq. Algebra va analiz asoslari: Akademik litsey va kasb-hunar kollejlari uchun o’quv qo’llanmasi. - T.:O’qituvchi, 2001.
4. B.Abdurahmonov “Matematika induksiya metodi” - T.:2008.
5. Mamatov Sh «Matematika va informatika o’qitish metodikasi» fanidan o’quv-uslubiy majmua. – Samarqand: SamDU nashri.: 2010.

6. Saidaxmedov N.S. Yangi pedagogik texnologiyalar. – Toshkent: Moliya, 2003.

7. Matematika. Akademik litsey va kasb – hunar kollejlari uchun o‘quv dasturi. (A.Abdushukurov va boshq.). T. 2010 y.

8. Соловьев Ю. П. Задачи по алгебре и теории чисел для математических школ. Ч. 1 - 3. — М.: школа им. А. Н. Колмогорова, 1998

9. Asqar Zunnunov ”Pedagogika nazariyasi”.”Aloqachi”, Toshkent-2006.

10. Sulaymonov, F., & Bayzaqov, M. (2021). MATEMATIK MANTIQ ELEMENTLARINI ERTA O’RGATISH VA UNING AHAMIYATI. Журнал математики и информатики, 1(2).

11. Mamatov, J., Bayzaqov, M., & Rahimova, S. (2021). BERNULI VA PUSSON TAQSIMOTLARI. Журнал математики и информатики, 1(4).