Nuqtalarning geometrik o`rinlarini topishga doir masalalar va ularni bosqichlab yechish.

Qahhorov Muhriddin Jumaboyevich

Jizzax davlat pedagogika instituti o'qituvchisi.

Oltinbekova Munira Ilhomjon qizi

Jizzax davlat pedagogika instituti talabasi.

muhriddin_0191@mail.ru

Annotatsiya. Ushbu maqolada geometrik o'rinlarni topishga doir masalalar va ularni bosqichlab yechish usullari bo'yicha tavsiya berilgan.

Kalit so'zlar: Geomertik o'rin, nuqta, to'g'ri chiziq.

Аннотация. В этой статье даны советы по поиску геометрических мест и пошаговое их решение.

Ключевые слова: геометрическое положение, точка, прямая.

Annotation. This article gives you tips on finding geometric places and how to solve them step by step.

Keywords: Geometric position, point, straight line.

Nuqtalarning geometrik o`rni deb faqat ularga tegishli xossalarga ega bo`lgan nuqtalar to`plamiga aytiladi. Agar masala nuqtani topishga keltirilsa, bu nuqta qanoatlantiradigan bitta shartni olib tashlash kerak u holda izlanayotgan nuqta cheksiz ko`p vaziyatni egallashi mumkin, bu nuqtalar tashlab yuborilgan shartdan boshqa barcha shartlarni qanoatlantiradi. Bu vaziyatlardan hosil bo`lgan figura oldindan ma`lum bo`ladi; aks holda bu shaklni yordamchi yasashlar orqali aniqlash kerak bo`ladi.shundan so`ng tashlab yuborilgan shartni qabul qilib, boshqa biror shartni tashlab yuborilsa, biz yana izlanayotgan nuqta cheksiz ko`p vaziyat olishi mumkinligini ko`ramiz, bular esa yangi geometrik o`rinlarni hosil qiladi. Bu yangi geometrik o`rinlar hosil qilgan figurani yasaymiz. U holda izlanayotgan nuqta ham birinchi ham ikkinchi figuraga tegishli bo`ladi, shuning uchun u bu figuralar kesishmasidan topiladi.

1-masala. Berilgan nuqtani berilgan to`g`ri chiziq nuqtalari bilan tutashtiruvchi kesmalar o`rtalarining geometrik o`rni topilsin.

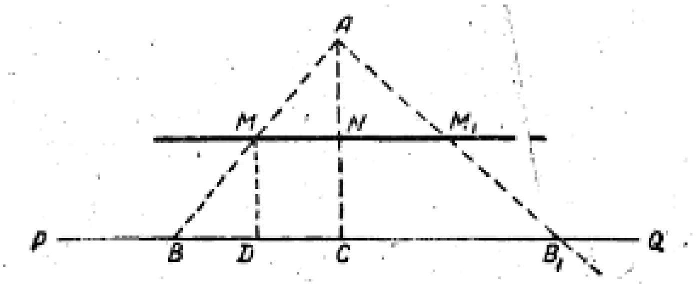
Analiz. Berilgan A nuqtani berilgan PQ to`g`ri chiziqning biror B nuqtasi bilan tutashtiramiz va (1-rasm) AB kesmaning o`rtasi M nuqtani topamiz:

$BM = MA$ (1) ko`rsatuvchi yangi xossani qidiramiz : $A$ va $M$ nuqtalardan $PQ$ to`g`ri chiziqqa $AC$ va $MD$ perpendikulyar o`tkazamiz. M nuqtadan $MN \parallel PQ$ ni ham o`tkazaylik. $BAC$ uchburchakda $MD$ o`rta chiziq bo`lgani uchun:

$$MD = \frac{1}{2} AC . \qquad (2)$$

Bu esa M nuqtani berilgan PQ to`g`ri chiziqdan A nuqta bilan bir tarafda va PQ dan $\frac{1}{2} AC$ masofada yotishini bildiradi (II geometrik o`rin). Bu $M$ nuqtaning yangi $\beta$ xossasidir. Shunday qilib, ko`rsatilgan xossaga ega bo`lgan nuqtalarning geometrik o`rnini topish II geometrik o`rinni topishga olib keladi.

Yasash. Bu MN to`g`ri chiziqni turli yo`llar bilan chizish mumkin, masalan, $AC$ perpendikulyarning o`rtasi bo`lgan $N$ nuqtadan $PQ$ to`g`ri chiziqqa parallel to`g`richiziq o`tkazish mumkin (yoki A nuqtani PQ to`g`ri chiziqning ixtiyoriy ikki nuqtasi bilan tutashtiruvchi ikki kesma o`rtasidan to`g`ri chiziq o`tkazish mumkin)



1-rasm.

Isbot. Yasash bosqichida chizilgan MN to`g`ri chiziqning har qanday M_1 nuqtasi masalada berilgan xossaga egaligini isbotlash kerak.

Buning uchun MN ning ixtiyoriy M_1 nuqtasini olib, AM_1 to`g`ri chiziq o`tkazaylik; bu chiziq $PQ$ to`g`ri chiziqni $B_1$ nuqtada kessin. $M_1$ nuqta $AB_1$ kesmaning o`rtasi ekanini , ya`ni

$$B_1M_1 = AM_1$$

ekanini isbot qilish kerak .

Yasalishiga ko`ra, $AN = NC$ bo`lib, $MM_1 \parallel PQ$ bo`lgani uchun $M_1A = B_1M_1$ bo`ladi. M_1 nuqta MN to`g`ri chiziqning ixtiyoriy nuqtasi edi. Shuning uchun MN to`g`ri chiziqning har qanday nuqtasi ham masalaning talabiga javob beradi.

Xulosa. Berilgan nuqtani berilgan to`g`ri chiziqning hamma nuqtalari bilan tutashtiruvchi kesmalar o`rtalarining geometrik o`rni berilgan nuqtadn berilgan to`g`ri chiziqqa tushirilgan perpendikulyarning o`rtasidan berilgan to`g`ri chiziqqa parallel qilib o`tkazilgan to`g`ri chiziqdir.

2-masala. (IX geometrik o`rin) Berilgan aylanaga yoki to`g`ri chiziqqa uning ma`lum nuqtasida urinuvchi aylanalar markazlarining geometrik o`rnini toping.

2A-masala. To`g`ri chiziqqa A nuqtada urunuvchi aylana o`sha to`g`ri chiziqqa $B$ nuqtada urunuvchi aylana bilan $C$ nuqtada uringan. $C$ kabi nuqtalarning geometrik o`rnini toping.

3-masala. Berilgan aylanaga urinuvchi ma'lum radiusli aylanalar markazlarining geometrik o'rnini toping .

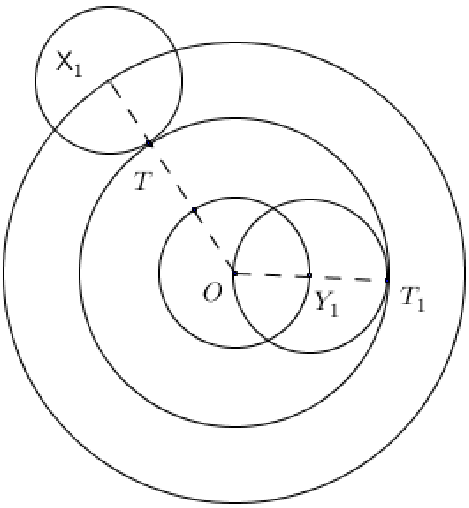
Berilgan :

1) (O ,R) aylana

2) R_1 radius.

Analiz . berilgan aylana 10-rasmdagi (O,OT=R) aylana bo'lib ,T nuqtada unga tashqi urinuvchi aylana (X_1, R_1) faraz qilaylik . Ma'lumki , bir biriga tashqi urinuvchi ikki aylana radiuslarining yig'indisi bu aylanalarning markazlari orasidagi masofaga tengdir.SHunga asosan quyidagi tenglikni yoza olamiz :

$OT+TX_1=R+R_1=OX_1$ (1)



2-rasm.

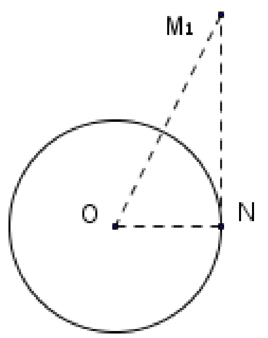
Bu tenglikdan X_1 nuqtaning berilgan O nuqtadan aniq $OX_1 = R + R_1$ masofada yotishi bilinadi , bu esa X_1 nuqtaning O markazidan $R+R_1$ kesmaga teng radius bilan chizilgan aylanada yotishini ko'rsatadi(I geometrik o'rin).

Berilgan aylanaga ichki urinuvchi aylananing markazi Y_1 nuqtadan iborat deb faraz qilib (2-rasm), yuqoridagi kabi muhokamalardan so'ng Y_1 nuqtaning quyidagi tenglikni qanoatlantirishi ma'lum bo'ladi:

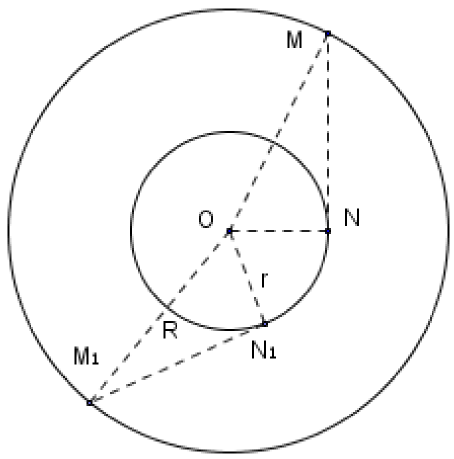
$$OT_1 - T_1Y_1 = R - R_1 = OY_1$$

Bu tenglikdan Y_1 nuqtaning O markazidan $OY_1 = R-R_1$ kesmaga teng radius bilan chizilgan aylanada yotishi ma'lum bo'ladi . Demak ,berilgan aylanaga (tashqi va ichki) urinuvchi R_1 radiusli hamma aylanalarning markazlari O markazdan R $\pm$ R_1 kesmalarga teng radiuslar bilan chizilgan ikki (konsentrik) aylanada yotadi.

4-masala. Shunday nuqtalarning geometrik o`rnini topinki, bu nuqtada berilgan aylanaga o`tkazilgan urinmalar berilgan kesmaga teng bo`lsin.



3.1-rasm



3.2-rasm

Analiz. Masalada berilgan xossaga ega bo`lgan nuqtalardan biri $M_1$ nuqta deb faraz qilaylik, ya`ni bu nuqtadan berilgan aylanaga o`tkazilgan $M_1N$ urinma $\alpha$ kesmaga teng bo`lsin (3.1-rasm). Berilgan aylananing O markazini M_1 va N nuqtalar bilan tutashtirishdan hosil bo`lgan to`g`ri burchakli $M_1ON$ uchburchakning katetlaridan biri $(ON)=r$ va ikkinchisi $M_1N=\alpha$ kesma bo`lgani uchun bu uchburchakning M_1O gipotenuzasi ham ma`lum deya olamiz. Bundan $M_1$ nuqtaning $O$ nuqtadan $M_1O$ uzoqlikda, ya`ni O markazdan M_1O rudius bilan chizilgan aylanada yotishi ma`lum bo`ladi.

Yasash. Berilgan α va r kesmalarni katet qilib to`g`ri burchakli M_1ON_1 uchburchak chizamiz (3.2-rasm). Bu uchburchakning gipotenuzasini radius deb olib, berilgan aylanadan O markaz qilib aylana chizamiz .

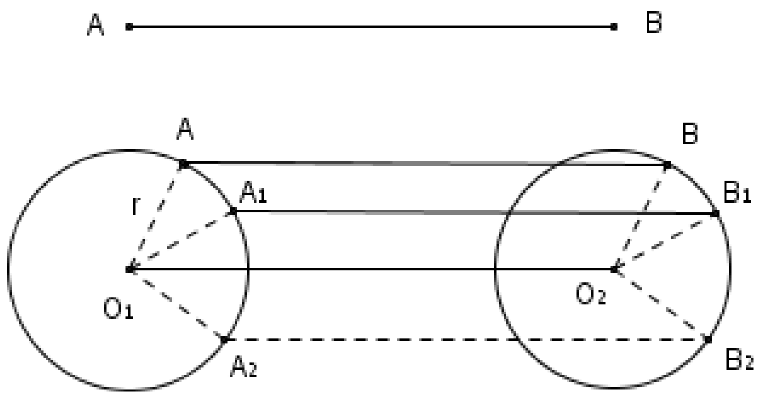
Isbot. Yasalgan aylanadagi har qanday nuqta masalaning talabiga javob bera olishini isbot qilish uchun uning ixtiyoriy M nuqtasini olib, undan aylanaga MN urinma o`tkaziladi va bu urinmaning berilgan α kesmaga tengligi isbot qilinadi.

Yasashga ko`ra, to`g`ri burchakli $OM_1N_1$ va $OMN$ uchburchaklarning bittadan katetlari va gipotenuzalari teng bo`lganu uchun bu uchburchaklar o`zaro teng. Bundan $MN=M_1N_1=\alpha$ ekanligi ravshan.

4A-masala. Shunday nuqtalarning geometrik o`rnini topinki, bu nuqtalardan berilgan aylana berilgan burchak ostida ko`rinsin.

4B-masala. Berilgan aylanani ortogonal kesuvchi ma`lum radiusli aylanalar markazlarining geometrik o`rinini toping.

5-masala. Bir uchi berilgan aylana bo`yicha sirg`anib, o`z o`ziga parallel holda siljib borayotgan kesmaning ikkinchi uchi chizgan nuqtalarning geometrik o`rnini toping.



4-rasm

Analiz. A uchi (O,r) aylana bo`yicha sirg`anib, o`z-oziga parallel holda siljib borayotgan kesmaning ikkinchi uchi 12-rasmda ko`rsatilgan B nuqta deb faraz qilaylik. Bizning vazifamiz shu B nuqtaning yana qandaydir biror xossaga ega ekanligini aniqlashdir.

Buning uchun AB kesmaga parallel va unga teng qilib OO_1 kesma yasaymiz.

Hosil bo`lgan $AOO_1B$ to`rtburchak, yasalishiga ko`ra, parallelogramdir. Shuning uchun $O_1B = OA = r$ bo`ladi.bundan B nuqtaning O_1 nuqtadan r masofada yotishi ma`lum bo`ladi. B nuqtaning har bir vaziyati xaqida shu fikrga kelish mumkin. Demak , B nuqta O_1 markazdan r radius bilan chizilgan aylanada yotadi.

Yasash . B nuqtaning hamma vaziyatlarini o`z ichiga oluvchi aylananichizish uchun berilgan $AB$ kesmaga teng va parallel qilib $O_1O$ kesmani chizamiz. So`ngra O_1 markazdan berilgan r bilan aylana chizamiz.

Isbot . Endi bunda topilgan (O,r) aylanadagi har bir nuqtaning masala talabiga javob berishini , ya`ni bu aylananing $AB$ kesma $B$ uchining biror vaziyatidan iboratligini aniqlashimiz kerak. Buning uchun aylananing ihtiyoriy $B_2$ nuqtasidan $O_1O$ kesmaga parallel va teng qilib $A_2B_2$ kesmani chizamiz . So`ngra, OA_2 va O_1B_2 kesmalarni chizishdan hosil bo`lgan $A_2OO_1B_2$ to`rtburchakka diqqat qilamiz. Yasalishiga ko`ra, bu to`rtburchak parallelogramm, shuning uchun $OA_2 = O_1B_2 = r$ bo`ladi. Bu tenglikdan $A_2$ nuqtaning berilgan aylanada yotishi ma`lum bo`ladi. yasashga ko`ra, $A_2B_2 = OO_1 = AB$. Demak, A_2B_2 kesmaning A_2 uchi berilgan aylanada yotishidan tashqari, bu kesma berilgan kesmaga teng ham ekan, ya`ni topilgan aylananing har bir nuqtasi masalaning talabiga javob beradi.

Foydalanilgan adabiyotlar ro’yhati

1. N.D.Dadajonov, M.Sh.Jo’raeva. Geometriya. 1-qism. Toshkent, «O’qituvchi» 1996 y
2. L.S.Atanosyan, B.T.Bazilev. Geometriya. Chast 1. M: Prosvesheniye 1986
3. X.X.Nazarov, X.O.Ochilova, E.G.Podgornova. Geometriyadan masalalar to’plami. 1-qism. Toshkent. O’qituvchi 1997 y.
4. Qahhorov, M. (2020). ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ О КРУГЕ И КРУГЕ НАЙТИ ОШИБКУ. Архив Научных Публикаций JSPI.
5. Qahhorov, M. (2020). To’plamlar kesishmasi amalidan foydalangan holda yasashga doir masalalar yechish. Архив Научных Публикаций JSPI.
6. Qahhorov, M. (2020). Masalalarni tenglama tuzish bilan yechish metodikasi. Архив Научных Публикаций JSPI.