Haqiqiy koeffisientli ko’phadlar ildizlari sonini topish metodi haqida.

K.X.Xummamatova (o’qituvchi), A.Xolmurodov (talaba)

Pedagogika oliy ta’lim muassalalarida matematika yo’nalishi talabalariga algebra va sonlar nazariyasi kursida ko’phadlar moduli o’qitiladi. Ko’phadlarning ildizlari haqidagi masala dolzarb masalalardan hisoblanadi. Chunki koeffisientlari haqiqiy sonlardan iborat bo’lgan ko’phad ildizlarining aniq qiymatlarini topish metodlari mavjud emas. Shunga qaramasdan, mexanika, fizika va texnikaning turli tarmoqlarida uchraydigan xilma-xil muammolarni hal qilish ko’phadlarning ildizlari haqidagi masalaga keltiriladi, shu bilan birga bu ko’phadlarning darajalari ba’zan ancha katta bo’ladi.

Haqiqiy koeffisientli *f(x)* ko’phadning haqiqiy ildizlari sonini topish masalasini qaraylik. Bunda haqiqiy ildizlarning umumiy soni bilan birga alohida musbat ildizlarning soni va manfiy ildizlarning soni bilan ham, umuman avvaldan berilgan $a$ va $b$ chegaralar orasidagi ildizlarning soni topish haqida ham so’z yuritamiz. Ildizlar sonini aniq topishning bir qancha metodlari mavjud. Masalan, Byudan-Fure metodi, Dekart teoremasi, Nyuton metodlarini keltirish mumkin. Ular ichida birmuncha qulay bo’lgani Shturm metodidir.

Haqiqiy koeffisientli *f(x)* ko’phad berilgan bo’lsin. Bu *f(x)* ko’phad karrali ildizga ega emas deb faraz qilamiz. Agar quyidagi shartlar bajarilsa, noldan farqli ko’phadlarning tartiblangan chekli

$$f(x) = f_0(x), \qquad f_1(x), f_2(x), \ldots, f_s(x) \qquad (1)$$

Sistemasi *f(x)* ko’phadning Shturm sistemasi deyiladi.

1) (1) sistemaning qo’shni ko’phadlari umumiy ildizga ega emas;
2) oxirgi $f_s(x)$ ko’phad haqiqiy ildizga ega emas;
3) agar $\alpha$ son (1) sistemaning oraliq ko’phadlaridan biri bo’lgan $f_k(x)$ ko’phadning haqiqiy ildizi bo’lsa ( $1 \le k \le s-1$) u holda $f_{k-1}(x)$ va $f_{k+1}(x)$ qarama-qarshi ishoralarga ega bo’ladi.

4) agar $\alpha$ son f(x) ko'phadning haqiqiy ildizi bo'lsa, u holda x o'sa borib $\alpha$ nuqtadan o'tganda $f(x)\cdot f_1(x)$ ko'paytma o'z ishorasini manfiydan musbatga o'zgartiradi.

*Shturm teoremasi.* Agar *a* va *b (a<b)* haqiqiy sonlar karrali ildizlarga ega bo'lmagan *f(x)* ko'phadning ildizlari bo'lmasa, u holda $W(a)\geq W(b)$ va $W(a)-W(b)$ ayirma *f(x)* ko'phadning *a* va *b* orasida joylashgan haqiqiy ildizlari soniga teng bo'ladi.[1]

Har qanday ko'phadni Shturm ko'phadlariga yoyish mumkin emas. Faqatgina karrali ildizga ega bo'lmagan *f(x)* ko'pharnigina Shturm ko'phadlariga yoyish mumkin.

Endi Shturm ko'phadlarini tuzish algoritmini kletiramiz:

1) berilgan ko'phadni $f_0(x)$ deb olamiz;
2) berilgan ko'phaddan hosila olib, hosil bo'lgan ko'phadni $f_1(x)$ deb belgilaymiz;
3) $f_0(x)$ ni $f_1(x)$ ga bo'lishdan hosil bo'lgan qoldiqni teskari ishora bilan olamiz va $f_2(x)$ bilan belgilaymiz;
4) bu protses qoldiqda noldan farqli birorta haqiqiy son qolganicha davom ettiriladi.

$f(x)=2x^5-10x^3+10x-3$ ko'phad berilgan bo'lsin.[2] Bu ko'phadni yuqoridagi metodni qo'llab *f(x)* uchun Shturm sistemasini tuzamiz.

$$f_0(x)=2x^5-10x^3+10x-3,$$

$$f_1(x)=f'(x)=10x^4-30x^2+10,$$

$$f_2(x)=4x^3-8x+3,$$

$$f_3(x)=10x^2-\frac{15}{2}x+10,$$

$$f_4(x)=\frac{7}{4}x,$$

$f_5(x) = 10.$

Hosil bo'lgan sistemadagi ko'phadlarning $x = -\infty$ va $x = \infty$ dagi ishoralarini aniqlaymiz. Buning uchun asosan faqat yuqori koeffisientlarning ishoralari va bu ko'phadlarning darajalarigagina e'tibor berish kerak. Ushbu jadvalni hosil qilamiz:

| | $f_0(x)$ | $f_1(x)$ | $f_2(x)$ | $f_3(x)$ | $f_4(x)$ | $f_5(x)$ | Ishora o'zgarishlar soni |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $-\infty$ | - | + | - | + | - | + | 5 |
| $\infty$ | + | + | + | + | + | + | 0 |

$x$ $-\infty$ dan $\infty$ ga o'zgarganda Shturm sistemasi 5 ta ishora o'zgarishini yo'qotadi, shunga ko'ra ko'phad 5 ta haqiqiy ildizga ega ekan.

Shunday qilib, haqiqiy koeffisientli ko'phadlarning ildizlari to'g'risida, bu ildizlarning aniq qiymatini bilmay turib, u yoki bu mulohazalarni bayon qilish maqsadida olib borilgan juda ko'p tekshirishlar natijasida topilgan bir qancha metodlar ichida eng qulay metod Shturm metodi hisoblanadi.

Adabiyotlar ro'yhati


1. A.G.Kurosh. Oliy algebra kursi. Universitetlar uchun darslik.T. "O'qituvchi", 1976.
2. Д.К.Фадеев., И.С.Соминский. Сборник задач по высшей алгебре. Издательство "Наука", Москва 1972.
3. Mamatov, J., & Parmonov, A. (2020). Tasvirli masala matematikani o'qitish samaradorligini oshirish vositasi sifatida. Архив Научных Публикаций JSPI, 109-109.
4. Mamatov, J. (2020). Tasvirli masalalar tuzishda yo'l qo'yiladigan kamchiliklarni yop'qotish haqida. Архив Научных Публикаций JSPI.