TENGLAMALARNI YECHISHDA UCHRAYDIGAN XATOLAR HAQIDA

Pardayeva Z.O'.

JDPI, Matematika o'qitish metodikasi

Annotatsiya: Ushbu maqolada maktab matematika kursida o'quvchilar tenglamalarni yechish jarayonida yo'l qo'yadigan xatolar va uni bartaraf etish uchun tavsiyalar keltirilgan.

Kalit so'zlar: Tenglama, chet ildiz, teng kuchli,tenglama ildizi, aniqlanish sohasi.

O'rta maktab matematika kursida o'quvchilar tenglama va tengsizliklarni yechishni o'rganadilar. Ko'p yillik ish tajribalarimiz shuni ko'rsatadiki, o'quvchilarning ko'pchiligi tenglama va tengsizliklarni yechishda turli xatolarga yo'l qo'yadilar. Bu qanday xatolar? Va ular nima sababdan kelib chiqadi? Quyida shu savollarning javobiga oid metodik fikrlarni bayon qilamiz. Bayonimizni tenglamalarning teng kuchliligi haqidagi ta'rifni va asosiy tasdiqlarni eslatishdan boshlaymiz.

1. *Tenglamalarning teng kuchliligi haqida eslatmalar*

1-ta'rif. Agar ikkita tenglamadan bittasining barcha ildizlari ikkinchi tenglamaning ildizlari, bo'lsa,va, aksincha, tenglamaning barcha ildizlari birinchi tenglamaning ildizlari bo'lsa,u holda bu tenglamalar *teng kuchli* deyiladi.

Tenglamalarning teng kuchligi haqidagi tasdiqlar:

1. $f(x)=g(x)\ va\ f(x)-g(x)=0$ tenglamalar teng kuchli

2.Agar $\varphi(x)$ funksiya $f(x)=g(x)$ tenglamaning aniqlanish sohasida ma'noga ega bo'lsa, $f(x)=g(x) va\, f(x)+\varphi(x)=g(x)+\varphi(x)$ tenglamalar teng kuchli bo'ladi

3.Agar $\varphi(x)$ funksiya $f(x)=g(x)$. tenglamaning aniqlanish sohasida ma'noga ega bo'lib $\varphi(x)\neq 0\ bo'lsa,\ f(x)=g(x) va.\ f(x)\cdot\varphi(x)=g(x)\cdot\varphi(x)$ tenglamalar teng kuchli .

4. Agar $a>0, a\neq 1 bo'lsa, a^{\varphi(x)}=a^{g(x)} va\, f(x)=g(x)$ lar teng kuchli.

5.Agar $f(x)=g(x)$ tenglamaning aniqlanish sohasida $f(x)\geq 0\ va\ \ g(x)\geq 0 bo'lsa\ f(x)=g(x) va\, f^n(x)=g^n(x)$ tenglamalar teng kuchli.

6.Agar $a>0, a\neq 1 va\, f(x)=g(x)$ ning aniqlanish sohasida

$f(x)>0,\ \ g(x)>0 bo'lsa,\ \ f(x)=g(x)\ va \log_a f(x)=\log_a g(x)$ tenglamalar teng kuchli.

7. Agar $f(x)>0\ \ va\ g(x)>0,\ a>0\ \ va\ \ a\neq 1\ \ bo'lsa,$ tenglamalar teng kuchli.

Ba'zi tenglamalarni yechish jarayonida ketma-ket hosil bo'lgan tenglamalar o'zaro teng kuchli bo'lishi mumkin. Agar tenglamani yechish jarayonida ketma-ket hosil qilingan tenglamalar o'zaro teng kuchli bo'lsa, bu xossa tenglamalar teng kuchliliginning *tranzitivlik* xossasi deyiladi, ya'ni agar $f_1(x)=g_1(x)$ tenglama $f_2(x)=g_2(x)$ tenglamaga teng kuchli bo'lsa va $f_2(x)=g_1(x)$ tenglama o'z navbatida $f_3(x)=g_3(x)$ tenglamaga teng kuchli bo'lsa, u holda $f_1(x)=g_1(x)$ tenglama $f_3(x)=g_3(x)$ tenglamaga teng kuchli bo'ladi.

Dars jarayonida o'quvchilardan bu xossani quyidagicha aytib berishini talab qilish uning tom ma'noda o'zlashtirishiga katta yordam beradi:

Bir tenglama ikkinchi tenglamaga teng kuchli bo'lib,ikkinchi tenglama o'z navbatida uchinchi tenglamaga teng kuchli bo'lsa, u holda birinchi tenglama uchinchi tenglamaga teng kuchli bo'ladi.

Demak, o'quvchi tenglamaning yechilish ketma-ketligini kuzatib borishi bilan unda tenglamalar teng kuchliligining tranzitivlik xossasi bajarilganiga to'la ishonch hosil qilsa, yechimda chet ildizlar paydo bo'lmagan deb qat'iy xulosa qilishi mumkin. Tenglamalar teng kuchliligining tranzitivlik xossasi butun rasional tenglamalarni shakl almashtirishda ko'pincha yordam beradi.

1-misol. $\frac{x^2-3}{4}-\frac{2{,}5x-5}{5}=4$ tenglama 3-tasdiqqa asosan $5x^2-15-10x+20=80$ tenglamaga teng kuchli, bu esa 1-tasdiqqa asosan $5x^2-10x-75=0$ ga teng kuchli va nihoyat, 3-tasdiqqa asosan bu tenglama $x^2-2x-15=0$ ga teng kuchli.

Bu tenglamaning yechimlari $x_1=-3; x_2=5.$

Teng kuchlilikning tranzitivlik xossasiga ko'ra,bu qiymatlar berilgan tenglamaning ham yechimlari bo'ladi.

2. Tenglamaning aniqlanish sohasi.

Ko'pincha o'quvchilar tenglamani yechganda ketma-ket shakl almashtirishlar bajarib natijani javob deb yozadilar. Shakl almashtirishlar jarayonida tenglama teng kuchli tenglamaga almashdimi? Bunga e'tibor bermaydilar.

Shakl almashtirilganda teng kuchli tenglamaning hosil bo'lishi tenglama aniqlanish sohasining o'zgarishi yoki o'zgarmasligiga bog'liq.

2-Ta'rif. Funksiya argumenti (erkli o'zgaruvchi) ning qabul qila oladigan barcha qiymatlar to'plami shu funksiyaning *aniqlanish sohasi* deyiladi

Ba'zi elementar funksiyalarning aniqlanish sohalarini eslatamiz

1. Butun rasional funksiyaning aniqlanish sohasi barcha haqiqiy sonlardan iborat.

2. Kasr ratsional funksiyaning aniqlanish sohasi o'zgaruvchining shu kasr maxrajini nolga aylantiruvchi qiymatlaridan farqli bo'lgan barcha haqiqiy sonlardan iborat.

3. Ildizli ifodaning (ildizning ko'rsatkicha juft bo'lsa) aniqlanish sohasi argumentning ildiz ostidagi ifodani nomanfiy songa aylantiradigan qiymatlaridan iborat.

4. $y = \log_a x (a > 0, a \neq 1)$ funksiyaning aniqlanish sohasi x argumentning barcha musbat qiymatlaridan iborat.

5. $y = a^x (a > 0, a \neq 1)$ funksiyaning aniqlanish sohasi barcha haqiqiy sonlardan iborat.

Endi tenglamaning aniqlanish sohasini ko'raylik. Ko'pincha o'quvchilar funksiyaning aniqlanish sohasi bilan tenglamaning aniqlanish sohasini bir-biridan farq qila olmaydilar. Bu farqni ko'rsatish uchun ushbu misolni ko'raylik

2-misol. $\frac{5}{x-1} = \log_2(x-3)$ tenglamaning chap qismi $\frac{5}{x-1}$ funksiyadan, o'ng qismi $\log_2(x-3)$ funksiyadan iborat,chap qismining aniqlanish sohasi $x \neq 1,$ o'ng qismining aniqlanish sohasi esa $x > 3$ bo'lsa barcha haqiqiy sonlardan iborat.

Demak $\frac{5}{x-1} = \log_2(x-3)$ tenglamaning aniqlanish sohasi $x > 3$ bo'lgan barcha haqiqiy sonlardan iborat. Ma'lumki, har qanday tenglama uning chap va o'ng qismidan iborat bo'lgan ikki funksiyadan tashkil topgan. Shu funksiyalar anqlanish sohalarining umumiy qismi tenglamaning aniqlanish sohasi deyiladi.

Tenglamaning yechimlari uning aniqlanish sohasidan izlanadi. Demak, tenglamaning yechilmalari ham tenglamani yechish jarayoni ham tenglamaning aniqlanish sohasi bilan chambarchas bog'liqdir.

Shuning uchun o'quvchi berilgan har bir tenglamani, ayniqsa, logarifmik yoki irrasional tenglamani yechishda uning aniqlanish sohasi haqida albatta fikr yuritishi zarur, chunki shakl almashtirishlar jarayonida tenglama (AS) ning o'zgarishi va buning oqibatida chet ildizlar paydo bo'lishi yoki ildizlarning yo'qolib qolish hollari ro'y berishi mumkin

Yuqorida bayon qiling tasdiqlardan foydalangan holda berilgan tenglamani unga teng kuchli bo'lgan tenglamaga almashtirilsa, berilgan tenglamaning birorta ham ildizi yo'qolmaydi va hech qanday chet ildiz paydo bo'lmaydi.

3. Tenglamalarni yechishda chet ildizlarning paydo bo'lishi.

Chet ildizlarning paydo bo'lishi asosan, berilgan tenglamani shakl almashtirish jarayonida uning aniqlanish sohasining kengayishiga bog'liq.

Tenglamaning aniqlanish sohasi kengayadigan hollarni ko'rib chiqamiz.

1-hol. $\log_a f(x) = \log_a g(x); a > 0, a \neq 1$ (A_1) tenglamadan $f(x) = g(x)$ (B_1) tenglamaga o'tilganda (A_1) tenglamaning aniqlanish sohasi kengayishi mumkin.

3-misol. $\log_a(x^2 - 6) = \log_a(4x - 9)$ (A_1)

Tenglamaning aniqlanish sohasi: $\begin{cases} x^2 - 6 > 0 \\ 4x - 9 > 0 \end{cases} \Rightarrow x > \sqrt{6}$

Ko'rsatilgan (A_1) tenglamadan $x^2 - 6 = 4x - 9$ (B_1) tenglamaga o'tsak, hosil bo'lgan (B_1) tenglamaning aniqlanish sohasi $-\infty < x < +\infty$. Shunday qilib, (A_1) dan (B_1) ga o'tilganda (A_1) ning (AS) kengaydi. Endi (B_1) ni yechsak $x_1 = 1,\ x_2 + 3$ hosil bo'ladi $x = 1$ qiymat (A_1) ni qanoatlantirmaydi.

Demak $x = 1$ ildiz tenglama aniqlanish sohasining kengayishi tufayli hosil bo'lgan chet ildizdir.

2-hol. $\log_a f(x) + \log_a g(x) = b, a > 0,\ a \neq 1$ (A_2) tenglamadan

$\log_a(f(x)\cdot g(x))=b\ (B_2)$ tenglamaga o'tilganda (A_2) tenglamaning aniqlanish sohasi kengayishi mumkin.

4-misol. $\lg 5x+1g(x-1)=1,\ (A_2)$

Bu yerda x ning qabul qilishi mumkin bo'lgan qiymatlari to'plami: *x>1*

Tenglamaning chap tomonini potensirlaymiz,u holda

$\lg((5x(x-1))=1\ (B_2)$

tenglama hosil bo'ladi.Aniqlanish sohasi: *x>1* yoki *x<0*.

Demak, (A_2) tenglamaning aniqlanish sohasi kengaydi. Shuning oqibatida chet ildizlar paydo bo'lishii mumkin.

Haqiqatan, $\lg(5x(x-1))=1$tenglamani yechib, $x=-1$ yoki , $x=2$larni topamiz, ammo $x=-1$ chet ildiz, chunki u berilgan tenglamaning aniqlanish sohasiga kirmaydi. Demak, tenglamaning yechimi: $x=2$

3-hol. $\frac{f(x)}{\varphi(x)}=(x)\ (A_3)$ tenglamadan $f(x)=g(x)\cdot\varphi(x)\ (B_3)$ tenglamaga o'tilganda (A_3) tenglamaning aniqlanish sohasi kengayishi mumkin.

O'quvchilarning kamchiliklaridan yana biri zarur izohlarni yoza olmaydilar va hatto og'zaki holda ham bayon qila olmaydilar. Shuni hisobga olib tenglamalarni yechish jarayonida zarur izohlarni bayon qilib borishga o'rgatishni tavsiya qilamiz.

O'quvchilarning ko'pchiligi tenglamalarni yechsalar-da uni tekshirib ko'rmaydilar. Bunga o'qituvchining ko'pchilik vaqtda qat'iy va doimiy talab qilib bormasligi yoki tekshirishga etibor bermasligi ham sabab bo'ladi. Tekshirish, bir tomondan, yechishni to'g'ri ekanini tasdiqlasa, ikkinchi tomonda,uzoq va yaqin o'tgan mavzularni takrorlashga va mustahkamlashga yordam beradi. O'rta maktabni bitiruvchi ko'p o'quvchilar kasrlar bilan amallar bajarishni bilmaydilar. Buning sababi yuqori sinflarda kasrlar bilan amallar bajariladigan misollarning kamligidir. Ayniqsa tenglama yechimi kasr bo'lganda tekshirishdan qochadilar, hatto darslikda ham ko'p hollarda tenglama javobi berilmagan, butun sonlarda amal bajariladigan misollar bilan cheklanilgan. Bu hol kasrlar bilan bajariladigan amallarni va amal qoidalarini unutib qo'yishga olib kelmoqda. Lekin keyingi paytda nashr etilayotgan algebra darsliklarida bu hol hisobga olinyapti.

ADABIYOTLAR RO’YXATI

1.A.V.Gusev.A.G.Mordkovich. Matematika. Toshkent.”O’qituvchi”-1988.

2. A.V.Gusev,B.N. Litvinenko,A.G.Mordkovich.Praktikum po resheniyu matematicheskix zadach. Moskva. Prosveshenie – 1985.

3.I.A.Baranov, G.I. Bogatirev, O.A. Bokovnev.Matematika. T. ”O’qituvchi”-1986.

4.V.N.Litvinenko, A.G.Mordkovich. «Praktikum po elementarnoy matematike: algebra, trigonometriya”, M.1991