JIZZAX DAVLAT PEDAGOGIKA INSTITUTI

JDPI

JIZZAKH STATE PEDAGOGICAL INSTITUTE

1974

MATEMATIKA VA INFORMATIKA

matinfo.jspi.uz

MATHEMATICS AND INFORMATICS

МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА

№ 3
2021

ПРИБЛИЖЕНИЕ СЛУЧАЙНЫХ ПОЛЕЙ -ЛИНЕЙНЫМИ ПОЛОЖИТЕЛЬНЫМИ ОПЕРАТОРАМИ В РАВНОМЕРНОЙ МЕТРИКЕ

А.И.Камолов доц.

ДЖГПИ

Худайберди Юлдошев Холбек угли

магистрант ДЖГПИ

xudoyberdiyuldoshex@gmail.com

Аннотация: В работе выводится оценка распределения максимального уклонения класса субгауссовских случайных функции [2] от линейного положительного оператора.

Ключевые слова: Аппроксимация, случайная функция, линейный положительный оператор, модуль кепрерывности.

Пусть $(X_k, Y_k)_{k=1}^{\infty}$ последовотельность независимых одинаково распределенных действительных случайных векторов с совместной функцией распределения, зависщей от параметров t и s такая что (X_1, Y_1) имеет математическое ожидание (t,s) и ковориационную матрицу $\begin{pmatrix} \delta_1(t) & 0 \\ 0 & \delta_2(s) \end{pmatrix}$ где параметр (t,s) изменяется на множестве Q□R^2

Обозначим через $C_\Omega(\mathrm{R}^2)$ класс всех действительных измеримых равномерно непрерывных в среднем квадратическом гильбертовых случайных полей

ξ(t,s) , (t,s)∈ R^2 с ограниченной ковариационной функцией.

Рассмотрим приближение сл.п. ξ(t,s)∈ $C_\Omega(R^2)$ на компактном множестве G□Q линейным положительным оператором

$$P_n(\xi;t,s)=\int_{R^2} \xi(x,y)dF_{t,s}^{(n)}(x,y)$$

где $F_{t,s}^{(n)}(x,y) = P\{\frac{S_n^{(1)}}{n} < x ; \frac{S_n^{(2)}}{n} < y\}$, $S_n^{(1)} = \sum_{k=1}^{n} X_K$, $S_n^{(2)} = \sum_{k=1}^{n} Y_K$

согласно [1, стр. 268]. сл.п. P_n(ξ;t,s) определен для всех (t,s)∈ Q.

Пусть ξ(t,s)∈ $C_\Omega(R^2)$ – сепаравольное субгауссовское непрерывное с вероятностью единица сл.п. удовлетворяющее условию

(A): $||\xi(t,s) - \xi(u,v)||_{sub} \le \omega(\sqrt{(t-u)^2 + (s-v)^2}),\ (t,s),(u,v) \in R^2$,

где $\omega(x)-$ модуль непрерывности, для которой существует обратная функция $\omega^{-1}(z)$ и интеграл $\int_0^1 \frac{\omega(z)dz}{z\sqrt{|lnz|}} < \infty$,

норма $||*||_{sub}$ - введена в работе [2] относительно последовательности функций распределения $F_{t,s}^{(n)}(x,y)$ предположим, что выполнены следующие условия.

(B): частные производные по t и s функций $dF_{t,s}^{(n)}(x,y)$ существуют и являются непрерывными функциями от $(t,s)\in Q$ для любых $n\in N$,

$(x,y)\in R^2$.

(C):

$[dF_{t,s}^{(n)}(x,y)]'_t=\rho_{t,s}^{n,1}(x,y)\quad dF_{t,s}^{(n)}(x,y)$, $[dF_{t,s}^{(n)}(x,y)]'_s=\quad\rho_{t,s}^{n,2}(x,y)$ $dF_{t,s}^{(n)}(x,y)$,

где непрерывные по $(t,s)\in Q$, $(x,y)\in R^2$ такие, что $\sup\limits_{(t,s)\in Q}\int_{R^2}|\rho_{t,s}^{n,i}(x,y)|dF_{t,s}^{(n)}(x,y)<\infty$, i=1,2.

Если выполнены условия (B) и (C), то для любого $(t,s)\in Q$ частные производные по t и s сл.п. $P_n(\mathfrak{z};t,s)$ существуют с вероятностью единица

[1, стр. 268] и

$$[dF_{t,s}^{(n)}(x,y)]'_t=\int_{R^2}\mathfrak{z}(x,y)|\rho_{t,s}^{n,1}(x,y)|dF_{t,s}^{(n)}(x,y)\equiv P_{n,1}(\mathfrak{z};t,s),$$

$$[dF_{t,s}^{(n)}(x,y)]'_s=\int_{R^2}\mathfrak{z}(x,y)|\rho_{t,s}^{n,2}(x,y)|dF_{t,s}^{(n)}(x,y)\equiv P_{n,2}(\mathfrak{z};t,s).$$

Очевидно, что сл.п. $P_{n,i}(\mathfrak{z};t,s)$- субгауссовские, т.е. $MP_{n,i}(\mathfrak{z};t,s)=0$,

$\sup\limits_{(t,s)\in Q}||Pn,i(\mathfrak{z};t,s)||_{sub}<\infty$, i=1,2.

Предположим что для выполнене условие

(D): существует последовательности подожительных чисел $(\alpha_{n,i})_{n=1}^{\infty}$ такие, что для любого $n\in N$, $\sup\limits_{(t,s)\in Q}||Pn,i(\mathfrak{z};t,s)||_{sub}\le\alpha_{n,i}$, i=1,2.

Нетрудно проверить, что условия (B_7), (C_7), (D_7) выполнене для классических операторов таких, как операторы Бернштейна, Вейерштрасса, Миракьяна и др.

Исследуем на множестве G сл.п. $\eta_n(t,s)=\frac{\mathfrak{z}(t,s)-Pn(\mathfrak{z};t,s)}{c_0\omega(\frac{1}{\sqrt{n}})}$,

Где $c_0=\mathfrak{S}_1+\mathfrak{S}_2+1$, $\mathfrak{S}_1=\sup\limits_{(t,s)\in G}\mathfrak{S}_1(t)$, $\mathfrak{S}_2=\sup\limits_{(t,s)\in G}\mathfrak{S}_2(s)$.

Обозначим через d_G диаметр множества G.

Положим $c_1=\sqrt{rln(d_G+2)}$, $q_n=\frac{c_0\omega(d_G)}{\omega(d_G)+rd_G\sqrt{\alpha_{n,1}^2+\alpha_{n,2}^2}}$,

$$\gamma_n=\frac{1}{2}\{c_1+\sqrt{ln\frac{1}{\omega^{-1}(\frac{qn}{2}\omega(\frac{1}{\sqrt{n}}))}}+\frac{1}{q_n\omega(\frac{1}{\sqrt{n}})}\int_0^{\omega^{-1}(\frac{qn}{2}\omega(\frac{1}{\sqrt{n}}))}\frac{\omega(z)dz}{z\sqrt{|lnz|}}\},$$

Где $\omega^{-1}(z)$ − обратная к $\omega(x)$ функция.

Теорема. Пусть выполнены условия (A)-(D). тогда для любого $n \in N$ и для всех $z \geq 64$ справедливо неравенство $P\{\max_{(t,s)\in G}|\frac{\gamma_n(t,s)}{\gamma_n}| \geq rz\} \leq r exp\{-\frac{z^2}{r}\gamma_n^2\}$.

Следествие. Пусть $\omega(x)$ в условии (A_7) такое, что $\omega(\frac{1}{\sqrt{n}})\gamma_n \downarrow 0$. Если выполнены условия теоремы I, то для любых $\varepsilon > 0$, $0 < \delta < 1$, для всех $n \in N$ $n \geq n_0(\varepsilon,\delta) = min\{n \in N : rc_0\omega(\frac{1}{\sqrt{n}})(\gamma_n 64 + \sqrt{rln\frac{r}{\delta}}) \leq \varepsilon\}$

имеет место неравенство $P\{\max_{(t,s)\in G}|\xi(t,s) - P_n(\xi;t,s)| < \varepsilon\} \geq 1-\delta$.

Литература

1.Гихман И.И., Скороход А.В. Теория случайных процессов. М., Наука, 1977.

2 Булдычин В.В., Козоченко Ю.В., О субгаусских случайных величинах. Украинский мат. журн. 32, 1980, N2, с. 723-730