



# MATEMATIKA VA INFORMATIKA

[matinfo.jspi.uz](http://matinfo.jspi.uz)

MATHEMATICS AND INFORMATICS

МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА

№2  
2021

## MUNDARIJA

**1. ЗАДАЧА ВОССТАНОВЛЕНИЯ СКОРОСТЬ ИЗМЕНЕНИЕ  
ТЕМПЕРАТУРЫ ПО КОСВЕННЫМ НАБЛЮДЕНИЯМ.**

*Рустамов М* 5

**2. МАТЕМАТИК ТАЪЛИМНИ АМАЛГА ОШИРИШДА УМУМИЙ  
ЎРТА МАКТАБ ЎҚУВЧИЛАРИНИНГ БИЛИШ ФАОЛИЯТИНИ  
РИВОЖЛАНТИРИШ**

*Қаххоров М, Бердимуродов К* 10

**3. TA'LIMDA KOMPETENTLI YONDASHUV. KOMPETENTLIK VA  
KOMPETENSIYA HAQIDA.**

*Usarov S, Mirsaidova G* 14

**4. PRIZMALAR VA ULARNING TEKISLIKLAR BILAN KESIMI.**

*Mamatov J* 19

**5. UMUMTA'LIM MAKTABLARIDA JADVAL ASOSIDA BO'LAKLAB  
INTEGRALLASH HAQIDA.**

*A. Parmanov, O. Bolbekov* 31

**6. KICHIK TADBIRKORLIK SUB'EKTLARI BOSHQARUVINI  
AVTOMATLASHTIRISH JARAYONLARI.**

*Ergashev U* 34

**7. PROBLEMS OF IMPROVING KNOWLEDGE AND PROFESSIONAL  
COMPETENCIES IN NETWORK TECHNOLOGIES**

*Begbutayev A.* 40

**8. MANTIQ ELEMENTLARI VA ULARNING QO'LLANILISHIGA DOIR  
BA'ZI MULOHAZALAR**

*G'.S.Bozorov, A.E.Begbo'taev, A.SH.Raxmatov* 46

**9. MODERN METHODS OF TEACHING NETWORK TECHNOLOGIES**

*Begbutayev A* 52

**10. МАТЕМАТИК MANTIQ ELEMENTLARINI ERTA O'RGATISH VA  
UNING AHAMIYATI**

*Sulaymonov F, Bayzaqov M* 61

**11. QIDIRUV TIZIMLARIDAN FOYDALANISHNI  
TAKOMILLASHTIRISH**

*Mamatqulova U* 64

**12. АХБОРОТ КОММУНИКАЦИОН ТЕХНОЛОГИЯЛАРИ ВА РАҚАМЛИ ИҚТИСОДИЁТ.**

*Эргашев У* 67

**13. ISHQALANISH KUCHI VA UNING TURLARI HAQIDA.**

*Usarov S, Mo'minova M, Shokirova D* 75

**14. PIRAMIDALAR VA ULARNING TEKISLIKLAR BILAN KESIMI.**

*Mamatov J, Tursunov M* 79

**15. KVADRIKA MARKAZI**

*Xoljigitov S* 85

**16. АХБОРОТ ТЕХНОЛОГИЯЛАРИНИНГ ҚЎЛЛАНИЛИШИДАГИ САМАРАДОРЛИГИНИ ШАКЛЛАНТИРИШ ВА РИВОЖЛАНТИРИШ.**

*Эргашев У, Хандамов Ў* 91

**17. МАКТАВ МАТЕМАТИКАСИДА ТЕСКАРИ TRIGONOMETRIK FUNKSIYALARNI O'QITISHNING ZARURATI VA RO'LI**

*M.A.Mamaraximova, M.I.Parmanova* 97

**18. OLIY TA'LIM MUASSASALARIDA KREDIT-MODUL TIZIMIDA MUSTAQIL TA'LIMNI O'RNI VA AHAMIYATI**

*Nosirova D, Jalilov Sh* 101

**19. XARAKTERISTIK TENGLAMA ODDIY ILDIZLARGA EGA BO'LGAN XOL UCHUN YECHIMNI TUZISH.**

*Tojiboyev. J. O* 106

**20. TRIGONOMETRIK TENGLAMA VA TENGSIZLIKLARNI O'QITISHDA INTERFAOL METODLARDAN FOYDALANISHNING NAZARIY ASOSLARI.**

*Qazibekov M, Xasanov J* 110

**21. PEDAGOGIK OLIY TA'LIM JARAYONIDA KOMPYUTERLI MODELLASHTIRISHNING MAZMUNI.**

*Jumaboev S.* 115

**22. ОБСЛЕДОВАНИЕ БИЛИНГВАЛЬНОГО ОБУЧЕНИЕ КОМПЬЮТЕРНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ В КИТАЙСКОМ ВУЗЕ.**

*Абсаломов Т* 121

**23. СИГНАЛЛАРНИ ХААРА ВА ВЕЙВЛЕТ-ХААРА СПЕКТРАЛ  
КОЭФИЦИЕНТЛАРИ ОРҚАЛИ ДАРАЖАЛИ КЎПҲАДЛАР  
КЎРИНИШИДА ИФОДАЛАШ.**

*Умаров Ш.А., Тожибоев И.Т.* **128**

---

**24. ВО’ЛАЖАК МАТЕМАТИКА О’ҚИТУВЧИЛАРИ КАСБИЙ  
ТАЙЙОРГАРЛИК ЖАРАЙОНИДА МАТЕМАТИК КОМПЕТЕНТЛИГИНИ  
ОШИРИШ.**

*Usarov S, Turdiboyev S* **135**

---

**25. 7 СИНФ АЛГЕБРА КУРСИНИ НАЗАРИЯ БИЛАН АМАЛИЁТНИНГ  
ЎЗARO БОҒЛИҚЛИГИ ТАМОЙИЛИ АСОСИДА ЎҚИТИШ  
МЕТОДИКАСИ**

*Узоқбаев А* **140**

---

**26. ТАЪЛИМ ЖАРАЁНИДА ЗАМОНАВИЙ ТЕХНОЛОГИЯЛАРДАН  
САМАРАЛИ ФОЙДАЛАНИШ ТИЗИМИНИ ТАШКИЛ ЭТИШ.**

*Усмонов С, Эргашев У* **143**

---

**27. О`QUVCHILARGA МАТЕМАТИК АМАЛЛАРНИ ҚИЗИҚАРЛИ  
MASALALARDAN FOYDALANIB O`QITISH**

*Z.Pardayeva , N.Toshmurodova* **148**

---

**28. QIZITILISH PROSTESIDA KUZATISH MASALASI.**

*Камолова А.* **154**

---

**29. ALGEBRANI HAMKORLIKDA O`QITISH METODLARI ASOSIDA  
TALABALARNING KOMMUNIKATIV KOMPETENSIYALARINI  
RIVOJLANTIRISH**

*Xolmatova Sh* **157**

---

**30. МИНИМАЛЬНЫЕ ПОВЕРХНОСТИ ПОЛУЕВКЛИДОВА  
ПРОСТРАНСТВА  $R_3^1$ .**

*Э. Курбанов., Ш. Файзуллаев., С. Кувондиқов.* **161**

---

**31. TRIGONOMETRIK TENGSIZLIKЛАRНИ ISBOTLASHGA VEKTOR  
TUSHINCHASINING TADBIQLARI.**

*S. Quvondiqov. M. Egamqulova.* **165**

---



## TRIGONOMETRIK TENGSIZLIKLARNI ISBOTLASHGA VEKTOR TUSHINCHASINING TADBIQLARI.

*S. Quvondiqov.*

*Jizzax Davlat Pedagogika Instituti*

*2-kurs magistranti.*

*M. Egamqulova.*

*Jizzax Davlat Pedagogika Instituti*

*2-kurs magistranti.*

**Annotatsiya:** Ushbu maqolada trigonometrik tengsizliklar vektor tushinchalari yordamida isbotlangan. Har qanday uchburchak ichki burchaklari kosinuslarining eng katta qiymati hamda shu uchburchak ikkilangan ichki burchaklari kosinuslari yig'indisining eng kichik qiymatlari aniqlangan.

**Kalit so'zlar:** vektor, ikkilangan burchak ko'sinuslari va sinuslari, qavariq to'rtburchak, qarama – qarshi tomonlar, ichki va tashqi chizilgan aylanalar, to'rtburchak ichki burchaklari kosinuslari.

Ma'lumki, trigonometrik yoki algebraik tengsizliklarni isbotlashda ko'pincha aynan bir jarayonni bir necha marta takrorlashga yoki bir necha marta belgilashlarga to'g'ri keladi. Shu bosqichlardan to'g'ridan – to'g'ri o'tishda vektor tushinchasining tadbiqlari ko'pincha samarali natijalar beradi. Jumladan, quyidagi masalarni keltirish mumkin.

1-masala. Agar berilgan  $A, B, C$  burchaklar uchun  $A + B + C = 180^\circ$  bo'lsa,  $\cos A + \cos B + \cos C \leq \frac{3}{2}$  tengsizlik o'rinli ekanligini isbotlang.

Isbot. O nuqta  $ABC$  uchburchakka ichki chizilgan aylana markazi,  $A_1, B_1, C_1$  lar esa shu aylananing uchburchak tomonlariga urinish nuqtalari bo'lsin. U holda  $\overline{OA_1}, \overline{OB_1}, \overline{OC_1}$  vektorlar yig'indisi

$$\overline{OA_1} + \overline{OB_1} + \overline{OC_1} = \bar{x}$$

bo'lsin. Agar,  $ABC$  uchburchak teng tomonli bo'lsa,  $\bar{x} = \bar{0}$  bo'ladi [1], aks holda  $\bar{x}^2 \geq \bar{0}$ . Bundan esa

$$(\overline{OA_1} + \overline{OB_1} + \overline{OC_1})^2 \geq \bar{0}$$

oxirgi tengsizlikning har ikkala tomonini kvadratlariga ko'taramiz. Bunda

$|\overline{OA_1}| = |\overline{OB_1}| = |\overline{OC_1}| = R$  ekanligini unutmaslik kerak. U holda,

$$3R^2 + 2R^2 [\cos(B_1OC_1) + \cos(C_1OA_1) + \cos(A_1OB_1)] \geq 0$$

Bu yerda,  $\cos(B_1OC_1) = -\cos A$  dir chunki,  $\overline{OB_1}$  va  $\overline{OC_1}$  vektorlar radius vektor sifatida  $AB$  va  $BC$  tomonlarga perpendikulyar.

U holda  $\angle(AB_1O) = \angle(AC_1O) = 90^\circ$  bo'lib,  $\angle A + 2 \cdot 90^\circ + \angle(B_1OC_1) = 360^\circ$ , bundan esa  $\angle(B_1OC_1) = 180^\circ - \angle A$ . Oxirgi tengsizlikni har ikki tomonini kosinuslasak,  $\cos(\angle(B_1OC_1)) = \cos(180^\circ - \angle A) = -\cos A$  kelib chiqadi. Huddi shu usulda  $\cos(\angle(C_1OA_1)) = -\cos B$ ,  $\cos(\angle(A_1OB_1)) = -\cos C$  larni keltirib chiqarish mumkin.

U holda  $3R^2 - 2R^2(\cos A + \cos B + \cos C) \geq 0$   $\cos A + \cos B + \cos C \leq \frac{3}{2}$  kelib chiqadi.

**Natija.** Agar  $A, B, C$  lar ixtiyoriy uchburchakning ichki burchaklari bo'lsa, u holda har qanday uchburchak ichki burchaklari kosinuslari yig'indisi doimo 1,5 dan kichikdir degan xulosaga kelamiz.

Bu masaladan foydalanib, quyidagi masalani osongina yechish mumkin. Agar uchburchak ichki burchaklari  $A, B, C$  ikkilantirilsa,  $\cos 2A + \cos 2B + \cos 2C \geq -\frac{3}{2}$  va uchburchak tomonlari  $a, b, c$  lar uchun  $a^2 + b^2 + c^2 \leq 9R^2$  tengsizliklar o'rinli bo'lishini isbotlaymiz.

Faraz qilaylik,  $|AB| = c, |BC| = a, |AC| = b$  shuningdek,  $R$ -tashqi hizilgan aylana radiusidir. Odatdagidek,  $O$  nuqta tashqi chizilgan aylana markazi va  $|\overline{OA}| = |\overline{OB}| = |\overline{OC}| = R$  bo'lsin. Ma'lumki, uchburchakka tashqi chizilgan aylana markazi, uning o'rta perpendikulyarlari kesishgan nuqtada bo'ladi [2],[3].

$OA = OB$  ekanligidan,  $\angle A = \angle B$  bo'lib,  $\angle AOB + \angle OAB + \angle ABO = 180^\circ \Rightarrow \angle AOB = 180^\circ - 2 \cdot \angle ABO$   
 $\cos(\angle BOA) = \cos(180^\circ - (\angle AOB))$  kelib chiqadi. Demak,  $\cos(\angle BOC) = \cos 2A$ ,  
 $\cos(\angle COA) = \cos 2B$ , lar o'rinlidir.

$\overline{OA}$ ,  $\overline{OB}$  va  $\overline{OC}$  radius vektorlar yig'indisi

$$\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OC} = \overline{x}$$

bo'lib,  $\overline{x} \neq \overline{0}$  dir. Agar  $ABC$  uchburchak muntazam bo'lsa,  $\overline{x} = \overline{0}$  bo'ladi. Oxirgi tenglamani kvadratga ko'taramiz va munosabatga ko'ra  $\overline{x}^2 \geq \overline{0}$  dir.

U holda  $(\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OC})^2 \geq \overline{0}$  ekanligidan

$$3R^2 + 2R^2[\cos(\angle BOC) + \cos(\angle COA) + \cos(\angle AOB)] \geq 0$$

hamda yuqoridagi munosabatlarni e'tiborga olsak,

$$3R^2 + 2R^2(\cos 2A + \cos 2B + \cos 2C) \geq 0$$

$$\cos 2A + \cos 2B + \cos 2C \geq -\frac{3}{2}$$

kelib chiqadi. Keltirilgan munosabatlardan quyidagi ajoyib natija kelib chiqadi.

**Natija.** Xar qanday uchburchak ichki burchaklari kosinuslarining eng katta qiymati 1.5 bo'lsa, shu uchburchak ikkilangan ichki burchaklari kosinuslari yig'indisi hamisha -1.5 dan kattadir. Endi

$$a^2 + b^2 + c^2 \leq 9R^2$$

ni isbotlaylik. Ikkilangan burchak kosinuslari

$$\cos 2A = \cos^2 A - \sin^2 A = 1 - 2\sin^2 A$$

$$\cos 2B = \cos^2 B - \sin^2 B = 1 - 2\sin^2 B$$

$$\cos 2C = \cos^2 C - \sin^2 C = 1 - 2\sin^2 C$$

hamda ikkilangan burchak sinuslari  $\sin 2A$ ,  $\sin 2B$ , va  $\sin 2C$   $ABC$  uchburchakning ichki burchaklari sinuslari bo'lgani uchun hamda sinuslar

teoremasidagi  $\sin A = \frac{a}{2R}$ ,  $\sin B = \frac{b}{2R}$ ,  $\sin C = \frac{c}{2R}$  larni etiborga olsak, ya'ni

$$1 - \frac{a^2}{2R^2} + 1 - \frac{b^2}{2R^2} + 1 - \frac{c^2}{2R^2} \geq -\frac{3}{2}, \quad a^2 + b^2 + c^2 \leq 9R^2$$

Endi shu ikki masalani ixtiyoriy qavariq to'rtburchak uchun tadbiq qilamiz.

3-masala.  $ABCD$  ixtiyoriy qavariq to'rtburchak.  $(O, R)$  esa unga ichki chizilgan aylana.  $ABCD$  qavariq to'rtburchakning qarama-qarshi tamonlari kesishishidan hosil bo'lgan burchaklar  $\angle M$  va  $\angle N$  lar bo'lsin.

U holda  $\cos A + \cos B + \cos C + \cos D + \cos M + \cos N \leq 2$  tengsizlikni isbotlaymiz.

Odatdagidek,  $O$  ichki chizilgan aylana markazi,  $A_1, B_1, C_1, D_1$  lar aylananing to'rtburchak tamonlariga urinish nuqtalari bo'lsin. U holda xuddi oldingi masaladagidek  $\overline{OA_1} + \overline{OB_1} + \overline{OC_1} + \overline{OD_1} = \bar{x}$  belgilash kiritsak, hamda

$$|\overline{OA_1}| = |\overline{OB_1}| = |\overline{OC_1}| = |\overline{OD_1}| = R$$

e'tiborga olsak, oxirgi munosabatlarni kvadratga ko'tarib

$$(\overline{OA_1} + \overline{OB_1} + \overline{OC_1} + \overline{OD_1})^2 \geq \bar{0}$$

$$4R^2 + 2R^2[\cos(A_1OB_1) + \cos(B_1OC_1) + \cos(C_1OD_1) + \cos(D_1OA_1) + \cos(A_1OC_1) + \cos(D_1OB_1)] \geq 0$$

yuqorida ko'rdikki

$$\cos(A_1OB_1) = -\cos A, \quad \cos(B_1OC_1) = -\cos B,$$

$$\cos(C_1OD_1) = -\cos C, \quad \cos(D_1OA_1) = -\cos D.$$

Bu munosabatlarni o'rinlariga qo'ysak,

$$4R^2 + 2R^2(-\cos A - \cos B - \cos C - \cos D - \cos M - \cos N) \geq 0$$

$$\cos A + \cos B + \cos C + \cos D + \cos M + \cos N \leq 2.$$

Tengsizlik isbotlandi.

### **Adabiyotlar.**

- [1]. Berezin B. N., Nikolskaya I.L. Sbornik zadach po matematike. Moskva. "PROSVESHENIE". 1985.
- [2]. Vilenkin N. Ya., Kunitskaya E. S. Matematicheskiy analiz. Moskva. "PROSVESHENIE". 1985
- [3]. To'laganov T., Normatov A. Matematikadan praktikum. Toshkent. O'qituvchi. 1989.